



Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Építőmérnöki Kar
Általános- és Felsőgeodézia Tanszék

Illés Dominika Cintia

**A JÉGTAKARÓ VÁLTOZÁSAINAK VIZSGÁLATA
A GRACE/GRACE-FO MŰHOLDAK
SEGÍTSÉGÉVEL**

KONZULENS

Dr. Földváry Lóránt

BUDAPEST, 2025

Tartalomjegyzék

Kivonat.....	5
Abstract.....	6
1 Bevezetés	7
1.1 A globális környezetváltozás kihívásai.....	7
1.2 A jégtaakarók szerepe a földi rendszerben	7
1.3 Műholdas mérések szerepe a jégtaakarók vizsgálatában.....	8
1.4 A választott módszer és technológiai háttér.....	8
1.5 Motiváció és célkitűzések	9
1.6 A dolgozat felépítése	9
2 Gravimetria	10
2.1 Geoid.....	10
2.2 Gravimetriai műholdak	12
2.3 Gravimetriai műholdas mérési elrendezések	12
2.3.1 High-Low Satellite-to-Satellite Tracking (SST-HL)	12
2.3.2 Low-Low Satellite-to-Satellite Tracking (SST-LL),	13
2.3.3 Satellite gravity gradiometry (SGG).....	14
3 GRACE műholdak.....	16
3.1 GRACE-FO küldetés áttekintése	17
3.2 A GRACE és a GRACE-FO adatok felhasználása	18
4 Jégtaakaró változások	21
4.1 Grönlandi jégtaakaró	21
4.2 Antarktiszi jégtaakaró.....	22
5 Jégtaakaró időbeli változásainak meghatározása.....	24
5.1 Tömeganomália fogalma	24
5.2 Idősorok elemzése.....	25
6 Grönlandi jégtaakaró vizsgálata	27
6.1 Adatforrás és célkitűzés	27
6.1.1 Center for Space Research (CSR).....	27
6.2 Térbeli leképezés és maszkolás	27
6.3 Idősoros adatelemzés GRACE mérések alapján.....	29
6.4 Trendértékek térbeli rekonstrukciója	29

6.5 Jég tömeg számítás	31
6.5.1 A BedMachine Greenland V5 modell bemutatása	31
6.5.2 Grönland szárazföldi jég tömegének kiszámítása a BedMachine modell alapján	33
6.6 Grönland jég tömegének időbeli alakulása és jövőbeli trendjei	34
6.7 Eredmények értelmezése	37
7 Antarktiszi jég takaró vizsgálata.....	39
7.1 A vizsgált terület körül határolása és rácsháló képzése	39
7.2 Koordináta-átalakítás	40
7.3 GRACE/GRACE-FO modellek szintézise és trendillesztés	41
7.4 Eredmények megjelenítése és értelmezése	42
7.5 Jég tömeg becslése	43
7.5.1 Bedmap2	43
7.5.2 A jég réteg numerikus modellezése	46
7.6 A jég sűrűségének modellezése	49
7.7 Maszkolás és interpoláció az egységes rácstra	50
7.8 A jég tömeg kiszámítása	51
7.9 Antarktiszi jég tömegének időbeli alakulása és jövőbeli trendjei.....	52
8 Grönland és Antarktiszi összehasonlítása	55
9 Összefoglalás.....	57
10 Köszönetnyilvánítás	58
11 Irodalomjegyzék.....	59

HALLGATÓI NYILATKOZAT

Alulírott **Illés Dominika Cintia**, szigorló hallgató kijelentem, hogy ezt a diplomatervet meg nem engedett segítség nélkül, saját magam készítettem, csak a megadott forrásokat (szakirodalom, eszközök stb.) használtam fel. Minden olyan részt, melyet szó szerint, vagy azonos értelemben, de átfogalmazva más forrásból átvettem, egyértelműen, a forrás megadásával megjelöltem.

Hozzájárulok, hogy a jelen munkám alapadatait (szerző, cím, angol és magyar nyelvű tartalmi kivonat, készítés éve, konzulens(ek) neve) a BME VIK nyilvánosan hozzáférhető elektronikus formában, a munka teljes szövegét pedig az egyetem belső hálózatán keresztül (vagy hitelesített felhasználók számára) közzétegye. Kijelentem, hogy a benyújtott munka és annak elektronikus verziója megegyezik. Dékáni engedéllyel titkosított diplomatervek esetén a dolgozat szövege csak 3 év eltelte után válik hozzáférhetővé.

Kelt: Budapest, 2025. 05. 23

.....
Illés Dominika Cintia

Kivonat

A diplomamunkám célja a grönlendi és antarktiszi jégta­karók tömegének időbeli változásának vizsgálata, a NASA GRACE (Gravity Recovery and Climate Experiment) és annak utód­küldetése, a GRACE-FO (Follow-On) műholdpáros gravitációs adatai alapján. A dolgozat középpontjában a két területen bekövetkező jégolvadás mértékének és dinamikájának kvantitatív elemzése áll, tömeganomália modellek felhasználásával.

A műholdas gravitációs adatok feldolgozása és elemzése MATLAB környezetben történt, ahol különféle előfeldolgozási lépéseket alkalmaztam az adatok értelmezhetőségének javítása érdekében. A jégtömeg-változások pontos meghatározásához különböző földtani háttérmodelleket használtam, beleértve az aljzati (bedrock topography) és sűrűségmodelleket, melyek lehetővé teszik a jégtömeg-változások elkülönítését a felszín alatti tömegfolyamatoktól a gravitációs adatok értelmezése során.

Az eredmények alapján a vizsgált időszakban mind az Antarktis­z, mind Grönland esetében jól kimutatható jégtömeg veszteség figyelhető meg. Az elemzések megerősítik, hogy a gravitációs adatokon alapuló jégta­karó-monitorozás hatékony eszköz a sarki régiók változásainak követésére. A tömeganomáliák idősorainak elemzése révén a szezonális ingadozások és hosszú távú trendek is feltárhatók, hozzájárulva a klímaváltozás hatásainak mélyebb megértéséhez.

A dolgozat célja elsősorban a műholdas gravitációs adatok feldolgozásának és értelmezésének elsajátítása, valamint az ehhez kapcsolódó földfizikai és klimatológiai jelenségek megértése volt, különös tekintettel a jégta­karók tömegének változásait befolyásoló folyamatokra, illetve ezek globális és regionális környezeti hatásainak értelmezésére.

Abstract

The aim of this thesis is to investigate the temporal variations in the mass of the Greenland and Antarctic ice sheets using gravitational data from NASA's GRACE (Gravity Recovery and Climate Experiment) mission and its successor, GRACE-FO (Follow-On). The focus of the study is the quantitative analysis of the extent and dynamics of ice mass loss in these two regions, utilizing mass anomaly models.

The satellite-based gravity data were processed and analyzed in a MATLAB environment, where various preprocessing steps were applied to enhance data interpretability. To accurately estimate changes in ice mass, I used various geophysical background models, including bedrock topography and ice density models. These models enabled me to separate ice mass changes from subsurface mass processes during the interpretation of gravity data.

The results indicate a clearly detectable mass loss in both Antarctica and Greenland over the studied period. The analyses confirm that ice sheet monitoring based on gravitational data is an effective tool for tracking changes in polar regions. By examining the time series of mass anomalies, both seasonal fluctuations and long-term trends were identified, contributing to a better understanding of the impacts of climate change.

The main objective of this thesis was to acquire the skills necessary for processing and interpreting satellite-based gravity data, as well as to gain a deeper understanding of the geophysical and climatological phenomena related to it, with a particular focus on the processes influencing ice sheet mass variations and the interpretation of their global and regional environmental impacts.

1 Bevezetés

1.1 A globális környezetváltozás kihívásai

Az elmúlt évtizedekben egyre nagyobb figyelmet kapnak azok a környezeti változások, amelyek a Föld különböző térségeiben egyre gyorsuló ütemben zajlanak. Az éghajlatváltozás ma már nem csupán elméleti lehetőség vagy jövőbeni fenyegetés, hanem kézzelfogható valóság: hatásait mind gyakrabban tapasztaljuk meg saját bőrünkön is. A globális átlaghőmérséklet emelkedése, a szélsőséges időjárási jelenségek gyakoribbá válása, az óceánok savasodása és melegedése, valamint a jégtakarók és gleccserek visszahúzódása mind azt jelzik, hogy bolygónk rendszerszintű változásokon megy keresztül.

Ezek a folyamatok nemcsak a természetes ökoszisztémákat befolyásolják, hanem egyre inkább az emberi társadalmak életére is hatással vannak. A vízellátás, az élelmiszertermelés vagy a part menti városok biztonsága ma már nem képzelhető el anélkül, hogy figyelembe vegyünk a klímaváltozás hatásait. Személyesen is úgy érzem, hogy ezek a kérdések nemcsak tudományos érdeklődésre tartanak számot, hanem komoly társadalmi és egyéni felelősséget is jelentenek számunkra.

A jégtakarók zsugorodása különösen riasztó jelenség. Mivel ezek hatalmas mennyiségű édesvizet tárolnak, oladásuk nemcsak a tengerszint emelkedéséhez járul hozzá, hanem olyan visszacsatolási mechanizmusokat is beindít, amelyek tovább gyorsíthatják a felmelegedést. A jégtakarók csökkenésével például kevesebb napsugárzást ver vissza a Föld felszíne, ami tovább növeli a hőelnyelést. Az ilyen összetett folyamatok megértése különösen fontos, ha hosszú távon szeretnénk megbízható előrejelzéseket adni a globális éghajlati változásokra.

1.2 A jégtakarók szerepe a földi rendszerben

A Föld két legnagyobb jégtakarója az Antarktisz és Grönland területén található. Ezek a kontinensnyi jégtömegek nemcsak kiterjedésük, hanem tömegük és dinamikájuk révén is meghatározó szerepet játszanak a Föld tömeg- és energiamérlegében. Mindkét jégmező olyan dinamikus folyamatok színterei, amelyek tanulmányozása nélkülözhetetlen a jövőbeli tengerszint emelkedés pontos előrejelzéséhez.

1.3 Műholdas mérések szerepe a jégtakarók vizsgálatában

A jégtakarók változásainak nyomon követése nem könnyű feladat. A hagyományos, helyszíni mérések, mint például a jégtömeg mérlegek vagy radaros technológiák, értékes információkat adnak, de gyakran csak korlátozott területekre és időszakokra terjednek ki. Ráadásul az ilyen kutatások logisztikailag is bonyolultak és költségesek, különösen a sarkvidéki környezetben. A 21. század elején jelentős áttörést hozott a GRACE (Gravity Recovery and Climate Experiment) műholdas misszió, amely 2002 és 2017 között szolgáltatott folyamatos globális gravitációs adatokat. A GRACE-FO (Follow-On) küldetés 2018 óta folytatja ezt a munkát, biztosítva az adatsor folytonosságát.

A GRACE és GRACE-FO páros műholdjai rendkívül precíz gravitációs változásokat mérnek. A két műhold közötti távolság apró változásaiból lehet következtetni a Föld tömegeloszlásának időbeli változásaira. Ez különösen hasznos olyan jelenségek vizsgálatánál, ahol a tömegmozgás meghatározó, például jégtakarók olvadása, vízkészletek kiürülése, vagy éppen földrengések utóhatásai esetén.

1.4 A választott módszer és technológiai háttér

A GRACE/GRACE-FO adatok egyik nagy előnye a globális lefedettség és a hosszú távú adatsor megléte. Ugyanakkor ezek az adatok önmagukban nem elegendők a jégtömeg változások közvetlen meghatározásához. A gravitációs jelek értelmezéséhez elengedhetetlen különféle háttérmodellek használata, amelyek figyelembe veszik a Föld belső szerkezetének és felszínének tulajdonságait. Ilyen modellek például a jégtakaró sűrűsége, az aljzati topográfia, valamint a glaciális izosztikus kiemelkedés hatásait leíró földtani modellek.

Dolgozatomban a GRACE/GRACE-FO műholdpáros által szolgáltatott gravitációs adatok alapján vizsgálom a grönlandi és antarktiszi jégtakarók tömegének időbeli változását. Az adatok feldolgozását MATLAB környezetben végeztem, alkalmazva különféle jelfeldolgozási és modellezési eljárásokat. A célom az volt, hogy kimutassam a jégolvadás mértékét és dinamikáját, valamint feltárjam a szezonális és hosszú távú trendeket a vizsgált régiókban.

1.5 Motiváció és célkitűzések

A környezeti változások vizsgálata napjainkra nemcsak tudományos érdeklődés, hanem egyre inkább gyakorlati szükségszerűség is lett. Úgy érzem, hogy az éghajlati rendszer pontosabb megértése, különösen a jégtakarók viselkedése révén, alapvető fontosságú a megbízható előrejelzésekhez, legyen szó tengerszint emelkedésről vagy klímapolitikai döntések megalapozásáról.

A GRACE-alapú tömegbecslés számomra azért is különösen izgalmas terület, mert ötvözi a műholdas távérzékelést, a geofizikai modellezést és az adatelemzést. Olyan téma terület, ahol a természettudományos megközelítés és az adat vezérelt elemzés kéz a kézben jár, és ahol a kutatási eredmények túlmutatnak az elméleten: hatással lehetnek például várostervezésre, mezőgazdasági döntésekre vagy akár katasztrófavédelmi intézkedésekre is.

1.6 A dolgozat felépítése

A dolgozat felépítése a következő logikai ívet követi: először a gravimetria alapfogalmait és jelentőségét mutatom be, majd rátérek a GRACE műholdpáros ismertetésére, amely vizsgálatom fő adatforrása. Végül a grönlandi és antarktiszi jégtakarók tömegváltozásait elemzem, időbeli tendenciák és szezonális hatások tükrében.

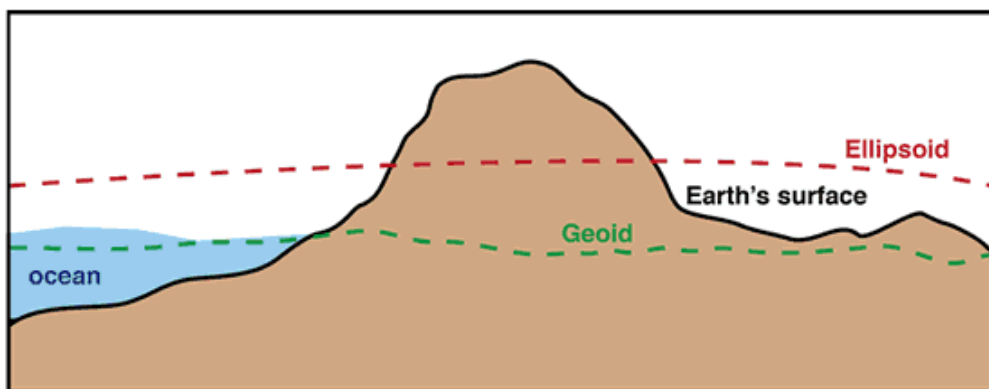
2 Gravimetria

A gravimetria a nehézségi erőter méréstana, mely során a Föld nehézségi erőterét vizsgáljuk és határozzuk meg, amely a Föld tömegvonzásának és forgásának következménye. A mérés helye alapján megkülönböztethetünk terepi, óceáni, légi és űrgravimetriát. Mivel a gravimetriai mérések a Föld tömegeloszlásról nyújtanak információt, alkalmas a Föld belső és felszíni tömeginhomogenitásainak, illetve azok időbeli változásainak, így tömegátrendeződéssel járó geofizikai és klimatológiai folyamatok vizsgálatára. Másrészt viszont mivel a nehézségi erőter szintfelületei és függővonalai határozzák meg a helymeghatározás koordinátarendszereit, a geodéziai tudományág körébe is tartozik. [1]

2.1 Geoid

A Föld óceánjainak, tengereinek tényleges felszíne még a hullámok, szelek, áramlatok és árapályok hatásának hiányában sem lenne egy egyszerű geometriai forma. A nyugalmi vízfelület ugyanis egy munkafelület, azonos potenciálértékkel rendelkező pontokból összeálló felület (ekvipotenciális felület), amelyet a Föld látható és felszín alatti tömegeloszlása formál. Az az ekvipotenciális felület, amely egybeesik a zavartalan, időben átlagos tengerszinttel egy kiemelten kezelt felület, az ún. a geoid, mely referenciafelületként szolgál a Föld felszíni magasságok mérése során. A geoid a kontinensek alatt is „folytatható”, így alkalmas az egész világra kiterjedően egy magasság nulla szint kijelölésére. [1]

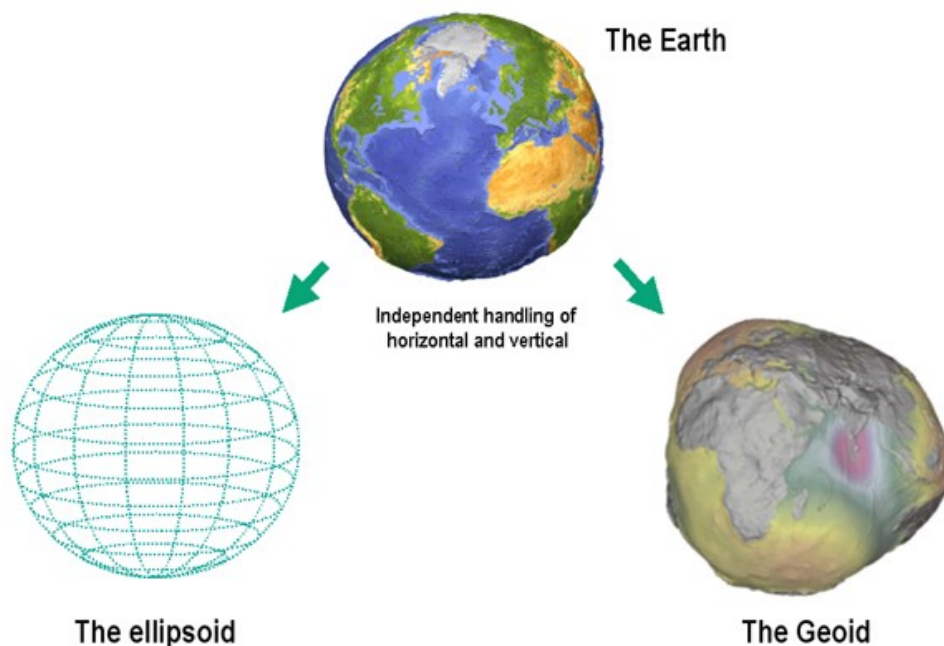
A geoid mindenütt merőleges a gravitációs gyorsulásra, és egy szabályos forgási ellipszoid alakját közelíti meg. Az előforduló szabálytalan alakját a felszín alatti tömeganomáliák, valamint a kontinensek és a tengerfenék közötti magasságkülönbségek okozzák. [1]



1. ábra: Geoid és a forgási ellipszoid a Föld felszínéhez képest [25]

A Föld szabálytalan tömegeloszlása és az ebből eredő gravitációs anomáliák miatt a geoid nem egy egyszerű geometriai felület. Ha matematikailag könnyen kezelhető referenciafelületre van szükség a Föld alakjának és méretének ábrázolására, egy a geoidhoz jól simuló forgási ellipszoidot használnak. Ez egy ellipszis kistengelye körüli 360°-os elforgatásával létrehozott felület. A geodéziai számításokban a Föld ábrázolására használt ellipszoidot *alapfelületnek* vagy *referenciaellipszoidnak* nevezzük. [1]

A forgási ellipszoidot két paraméter határozza meg: a fél nagytengely (a Föld egyenlítői sugara) és a fél kistengely (poláris sugár); ez utóbbi helyett használhatók egyéb jellemzők, mint például a lapultság vagy numerikus excentricitás. A Föld esetében a fél nagytengely és a fél kistengely körülbelül 21 kilométerrel különbözik egymástól. Ezzel összehasonlítva a geoid eltérései a legjobban illeszkedő forgási ellipszoidtól jóval kisebbek, a ± 100 méter tartományba esnek. [1]



2. ábra: A forgási ellipszoid és a geoid szemléltetése [2]

2.2 Gravimetriai műholdak

Ha egy műhold elhalad a Föld sűrűséginhomogenitása (vagy tömeganomália) felett, akkor Newton törvényének értelmében a pályája perturbációt szenved, vagyis a műhold helyzete kismértékben közelebb vagy távolabb kerül a Földhöz. Minél alacsonyabb a műholdpálya, annál nagyobb az érzékenysége a tömeginhomogenitás okozta gravitáció hatására. Űrgravimetria esetén a műhold mozgását és a pályát figyeljük meg, hogy következtetéseket vonjunk le a műholdra ható erőkre vonatkozóan. [3]

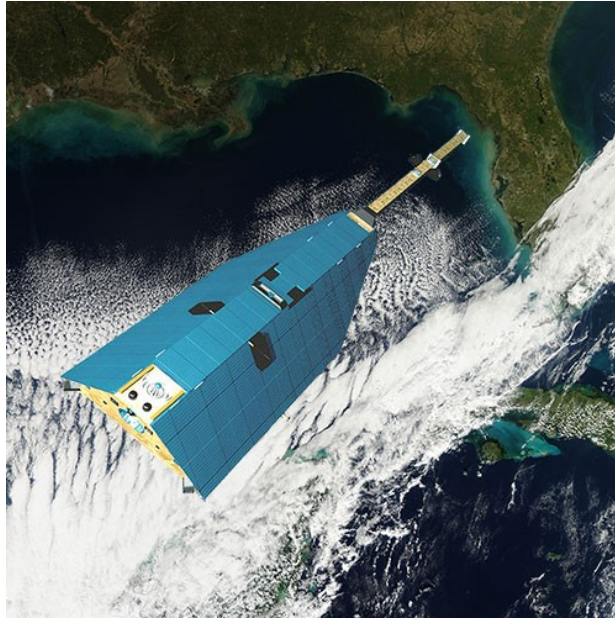
A Föld gravitációs terének meghatározása az elmúlt 20 év műholdjaival körülbelül 500 és 1000 km közötti felbontással történik. Az erre kifejlesztett küldetések lényege, hogy a műholdakat gravitációs szondákként vagy a Föld gravitációs terében mozgó szenzorként használják. [3]

2.3 Gravimetriai műholdas mérési elrendezések

2.3.1 High-Low Satellite-to-Satellite Tracking (SST-HL)

Műholdak közötti követés magas-alacsony módban, vagyis High-Low Satellite-to-Satellite Tracking (SST-HL), melynek lényege, hogy az alacsonyan keringő Low Earth Orbit (LEO) műhold pályáját folyamatosan követ egy magasabb pályán keringő műhold (vagy műholdrendszer). A műhold egy szonda a Föld gravitációs terében, amelynek

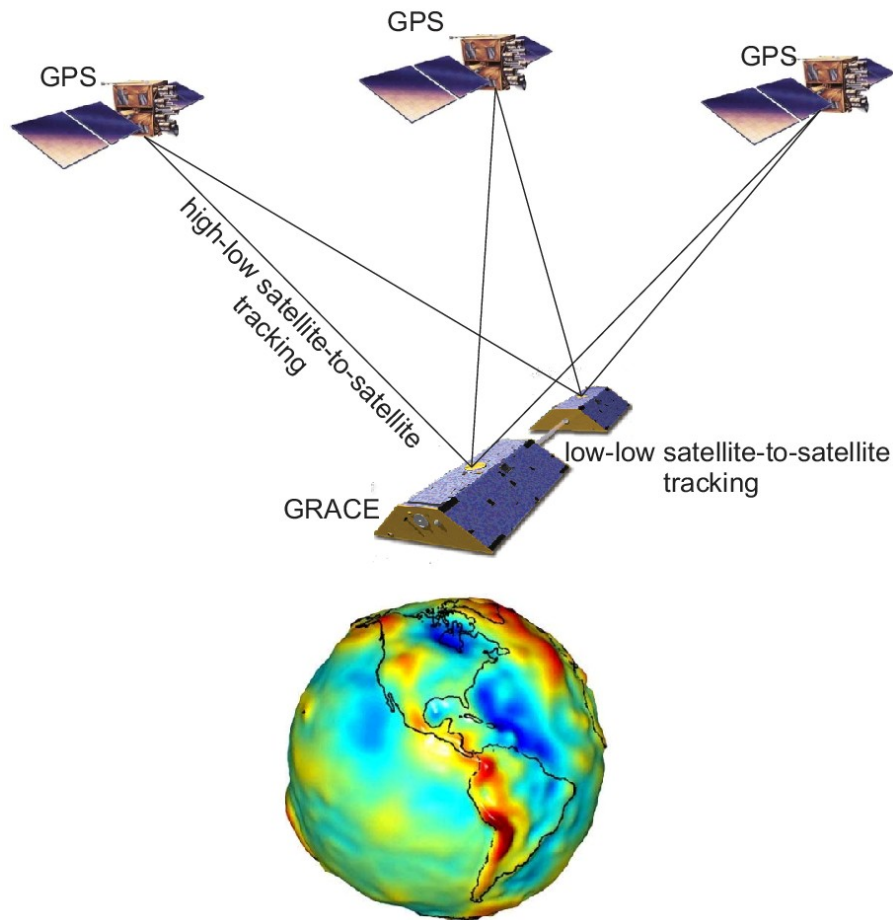
pályája a GPS-műholdakkal megszakítás nélkül, pontosan követhető. A megfigyelt 3D-s gyorsulások egy szabadon eső műhold esetében nagyjából megfelelnek a gravitációs gyorsulásoknak, azonban a műholdat egyéb gravitációs és nem gravitációs eredetű erőhatások is érik. Az egyéb égitestek okozta tömegvonzást korrekcióként veszik figyelembe, míg a műholdra ható nem gravitációs erőket fedélzeti gyorsulásmérőkkel mérik. Erre a mérési elvre ad példát a CHAMP (CHALLENGING Minisatellite Payload) küldetés. [3] [7]



3. ábra: CHAMP űrszonda [5]

2.3.2 Low-Low Satellite-to-Satellite Tracking (SST-LL),

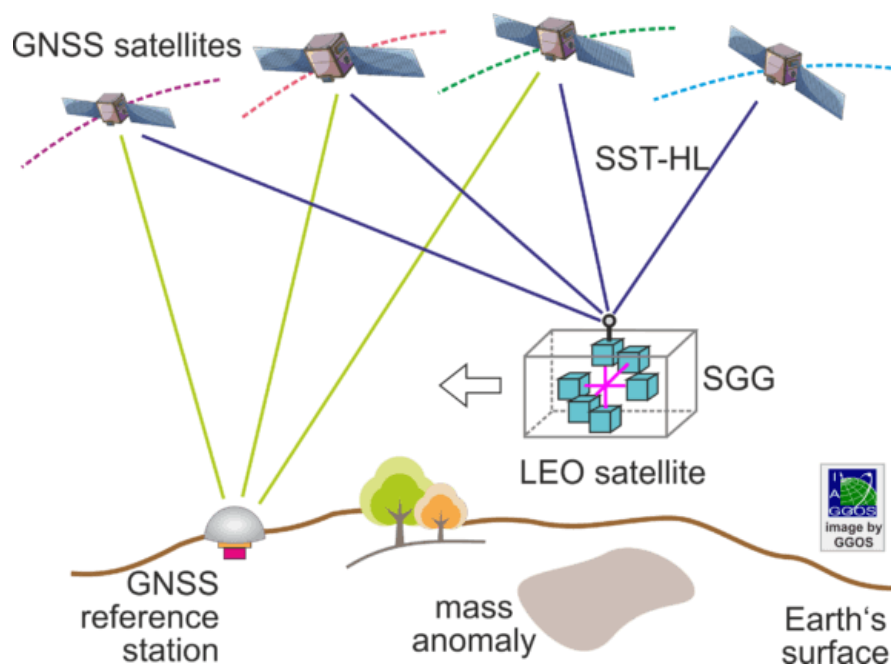
Műhold-műhold követés alacsony-alacsony módban (SST-LL): két LEO műhold kerül ugyanarra a pályára, és a köztük lévő pár száz kilométeres távolságot nagy pontossággal mérik. A gravitációs tér térbeli egyenetlensége eltéréseket okoz a két műhold közötti távolságban: az erősebb gravitációs területek a hozzá közelebb lévő műholdat nagyobb mértékben érintik, nagyobb mértékben gyorsítják, ami ezért eltávolodik a másik műholdtól. A távolságváltozást nagy pontosságú mikrohullámú vagy lézeres interferometriával mérik. Erre a mérési elvre példa a GRACE (Gravity Recovery and Climate Experiment) és GRACE Follow-On (GRACE-FO) küldetések. [3] [7]



4. ábra: GRACE SST-LL pályája [6]

2.3.3 Satellite gravity gradiometry (SGG)

Műholdas gravitációs gradiometria (SGG) mérés során a műhold tömegközéppontjában egy speciális műszerrel, az űrgradiométerrel a gravitációs gyorsulás gradienseit mérik. Az űrgradiométer három pár kapacitív gyorsulásmérőt jelent, amivel egymástól ismert és állandó távolságokra, a tér három irányában egyidejűleg gyorsulásméréseket végeznek. Az egyik fontos előny az SST-HL-hez és az SST-LL-hez képest, hogy a nem gravitációs gyorsulások a differenciálás következtében eltűnnek, mivel a műholdon belüli összes mérésnél azonosak. Példa erre a mérési elvre a GOCE (Gravity field and steady-state Ocean Circulation Explorer) küldetés. [3] [7]



5. ábra: A GOCE űrszonda SSG+SST-HL pályája [7]

A Földről megfigyelhető műholdak kifejlesztése forradalmasította a Föld alakjának és gravitációs terének meghatározására irányuló kísérleteket, és a kutatók többször is finomították a geoid pontosságát és térbeli felbontását, újabb és újabb gravitációs modelleket szolgáltatva mind a mai napig.

3 GRACE műholdak

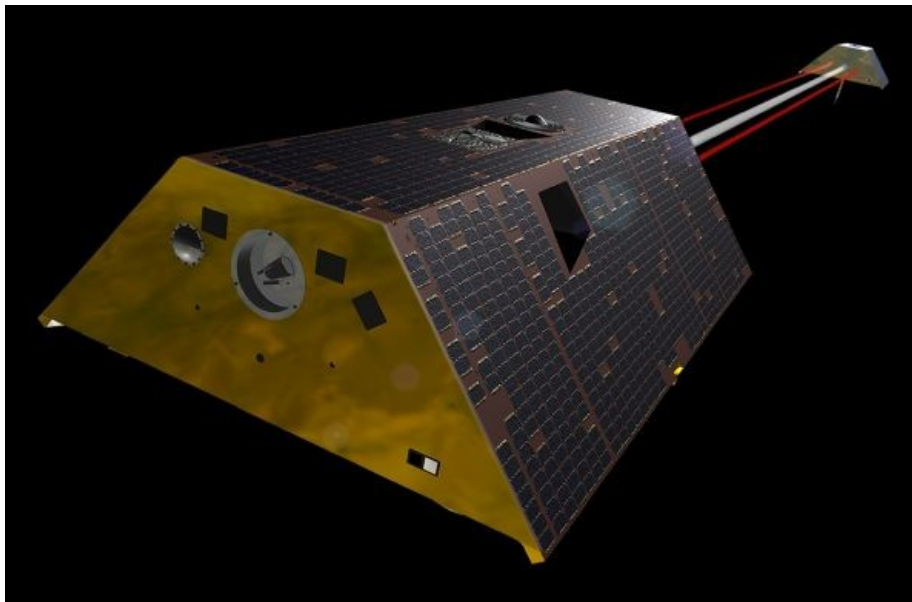
A NASA immár több mint másfél évtizede vizsgálja a Föld gravitációs terének és a légkörön belüli tömegeloszlás időbeli változásait a GRACE (Gravity Recovery and Climate Experiment) műholdprogram segítségével. Ez az innovatív küldetés jelentős mértékben hozzájárult bolygónk rendszerének és fejlődéstörténetének mélyebb megértéséhez. A GRACE Follow-On (GRACE-FO), amely 2018 óta működik, a korábbi GRACE-misszió örököseként tovább vizsgálja a jégtakarók, gleccserek, felszíni és felszín alatti vízkészletek, nagy tavak és folyók vízmennyiségének, valamint az óceánok és a tengerszint változásainak dinamikáját. Ezek az adatok elengedhetetlenek a globális vízciklus és az energiamérleg pontos feltérképezéséhez. A küldetés során két ikerműhold méri a Föld gravitációs terének apró változásait, amelyek a tömegeloszlás átrendeződését tükrözik. Ezek az információk a geodézia tudományában is kulcsszerepet játszanak, hiszen segítenek pontosan meghatározni a Föld alakját, méretét, térbeli helyzetét és gravitációs viszonyait. A misszió által szolgáltatott értékek fontos adatok a geodézia számára, amely a geometriája, gravitációs tere és az űrbeli pozíciója, valamint orientációja által meghatározott Földnek a méretét és alakját pontosan mérő tudományág. A geodézia területe 2002-ben hatalmas ugrást tett előre, amikor az amerikai NASA és a németországi German Aerospace Center (DLR) közösen elindította a GRACE műholdküldetést, hogy feltérképezze a Föld gravitációs mezőjét és annak hónapról hónapra történő változását. [3] [11]

A GRACE innovációinak részeként az űrmissziók történelmében először készített mérést Grönland és az Antarktisz jégtömeg vesztésének folyamatáról; hozzájárult a tengerszint-emelkedéséért és az óceánok keringéséért felelős folyamatok mélyebb megértéséhez; betekintést nyújtott abba, hogy globálisan hol zsugorodnak vagy nőnek a felszín alatti vízkészletek, vagy akár az erdőtüzek és a Föld szilárd rétegeinek változásai (pl. földrengésekből eredő) is megfigyelhetők vele. Pályáján eltöltött több mint 15 eredményes év után (ami az eredetileg tervezettnél háromszor hosszabb idő), a GRACE műholdküldetés 2017 végén befejezte a tudományos műveleteket, majd 2018 közepétől a NASA, a GFZ (German Research Centre for Geosciences) és a DLR közreműködésével a GRACE-FO küldetés folytatja az adatok szolgáltatását. [3]

3.1 GRACE-FO küldetés áttekintése

A küldetés elsődleges célja, hogy folytassa a globális, nagy felbontású, havi térképek szolgáltatását a Föld gravitációs mezőjéről és felszíni tömegváltozásairól. A másodlagos cél egy új lézeres távolságmérő interferométer (LRI) hatékonyságának tesztelése és demonstrálása, mely növeli a műhold-műhold követés (Satellite-Satellite Tracking) mérési teljesítményét, biztos fejlesztési alapot nyújtva ezzel a jövőbeli űrgravimetriás küldetésekhöz. [12]

Elődjéhez hasonlóan a GRACE-FO misszió is két egyforma műholdat tartalmaz, amelyek egymástól 220 kilométeres távolságra és körülbelül 490 kilométeres kezdeti magasságban keringenek a Föld körül. Ellentétben más földmegfigyelő műholdakkal, a GRACE-FO SST struktúrájú műholdak együtt egyetlen, két egymás felé néző űreszközből álló mérési rendszert alkotnak. A két műhold ugyanazon a poláris pályán követik egymást, és mindkettő folyamatosan küldi a mérőjelet egymásnak, meghatározva a két műhold közötti távolság folytonos változásait. A pontos mérések megvalósíthatóságához két innovatív technológia kifejlesztése járult hozzá: a GPS helymeghatározó rendszer és a nagy érzékenységű gyorsulásmérők. [11]



6. ábra: GRACE-FO SST struktúrája [12]

A GRACE-FO, akárcsak elődje, kétirányú mikrohullám tartományú kapcsolatot használ, az úgynevezett Microwave Instrument-et. (MWI). Az MWI-nek két működési frekvenciája van: 24 GHz (K-sáv) és 32 GHz (K_a -sáv), ezáltal képes a két műhold közötti távolságot egy mikronon belül mérni. A távolságváltozás nagyon pontos ismerete

lehetővé teszi a gravitációs erőter olyan pontosságú előállítását a bolygó felszínén, amely kimutat akár egy centiméteres vízmagasság változásnak megfelelő tömegváltozást egy körülbelül 340 kilométeres átmérőjű területen. [11]

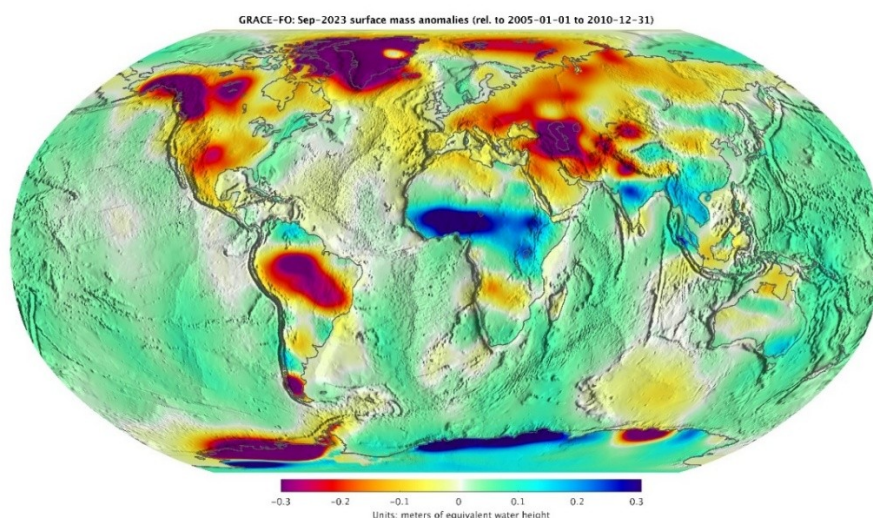
Az egyforma műholdak 1,94 méter szélesek; 3,12 méter hosszúak és 0,72 méter magasak, tömegük körülbelül 600 kilogramm. Mindkét eszköz felszínét az energiaellátás biztosítása érdekében napelem táblák borítják. A műholdak sebessége körülbelül 7,5 km másodpercenként, pályájuk inklinációja 89 fok, keringési periódusuk 90 perc. A műholdakat a kaliforniai Vandenberg légitámaszpontból egy SpaceX Falcon 9 hordozórakétával indították Föld körüli pályára öt kommunikációs műholddal együtt. [11] [12]

3.2 A GRACE és a GRACE-FO adatok felhasználása

A GRACE és a GRACE-FO adatai, más földmegfigyelési műholdaktól és küldetésektől származó információkkal együtt, valamint a földi adatokkal kombinálva kerülnek felhasználásra, melyre egy jelentős példa az édesvízi források monitorozása. A vízkészlet felügyelő és kezelő egységek a felszín alatti víztárolási adatokból származó pontos becslésekre támaszkodnak az emberi tevékenységekhez szükséges édesvízkészletek nyomon követéséhez, beleértve a lakossági fogyasztást, az öntözést. [11] [12]

A GRACE/GRACE-FO mérési adatokat felhasználják időjárási és éghajlati viszonyok előrejelzéseihez a GPS-es rádió okkultáció napi mérésével, valamint a vízkészlet globális ciklikus változásainak megértéséhez. További felhasználás például klíma előrejelzések modellezése aszály- és árvíz kockázat esetén. A mezőgazdasági közösségek, az erdőtűz-kezelők és más döntéshozó szervezetek a GRACE és a GRACE-FO adataira is támaszkodnak az aszály kockázat heti térképének elkészítésekor. Az adatokra szükség van potenciális árvizek előrejelzéseknél is. A misszió lehetőséget biztosít a nagy vízgyűjtőkön belüli teljes víztárolás havi változásainak megfigyelésére. Az információk lehetővé teszik a felhasználók számára, hogy akár 5–11 hónappal korábban felmérjenek és előre jelezzenek kialakulóban lévő árvizeket. További felhasználási példa a tengerszint változásának követése, az óceáni áramlatok megfigyelése és a szilárd Föld monitorozása. A küldetés adatai közvetve rögzítik a földrengésekből, szökőárok, vulkánkitörésekből eredő tömegváltozásokat is. [11] [12]

GRACE Follow-On műholdküldetés 2023 májusában sikeresen befejezte névleges ötéves főküldetési időszakát, és belépett a meghosszabbított küldetési szakaszába. Együttesen a GRACE és GRACE-FO műholdak immár 21 éven át szolgáltatnak adatot és alapvető megfigyeléseket, melyek nélkülözhetetlenek az éghajlattal kapcsolatos tanulmányokhoz. A misszió folytatásának érdekében a két résztvevő ország következő projektjének, a GRACE-C küldetésnek az indulása jelenleg 2028-ra van tervezve. [27]



7. ábra: GRACE-FO 2023.09. felszíni tömeganomália szemléltetése[13]

A GRACE és GRACE-FO műholdak által végzett mérések alapján levezetett nehézségi erőter modellek időszora a korábban említett tömegátrendeződéssel járó geofizikai és klímafolyamatok monitoringozását teszi lehetővé, amely vizsgálatok számára a GRACE-FO hónapról hónapra újabb mérést szolgáltat. Az 1. táblázat ([8] alapján frissítve) a GRACE és a GRACE-FO hónapos modelljeinek a jelenleg (2024 május) rendelkezésre álló hónapos megoldásait mutatja be.

1. Táblázat: GRACE és GRACE-FO hónapos nehézségi erőter modellek listája

	Jan	Feb	Már	Ápr	Máj	Jún	Júl	Aug	Szep	Okt	Nov	Dec
2002				X	X			X	X	X	X	X
2003	X	X	X	X	X		X	X	X	X	X	X
2004	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
2005	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
2006	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
2007	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
2008	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
2009	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
2010	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
2011		X	X	X		X	X	X	X	X	X	X
2012	X	X	X	X		X	X	X	X		X	X
2013	X	X		X	X	X	X			X	X	X
2014	X		X	X	X	X		X	X	X	X	
2015	X	X	X	X	X		X	X	X			X
2016	X	X	X		X	X	X	X			X	X
2017	X		X	X	X	X						
2018						X	X			X	X	X
2019	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
2020	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
2021	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
2022	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
2023	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
2024	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
2025	X	X	X									

4 Jégtakaró változások

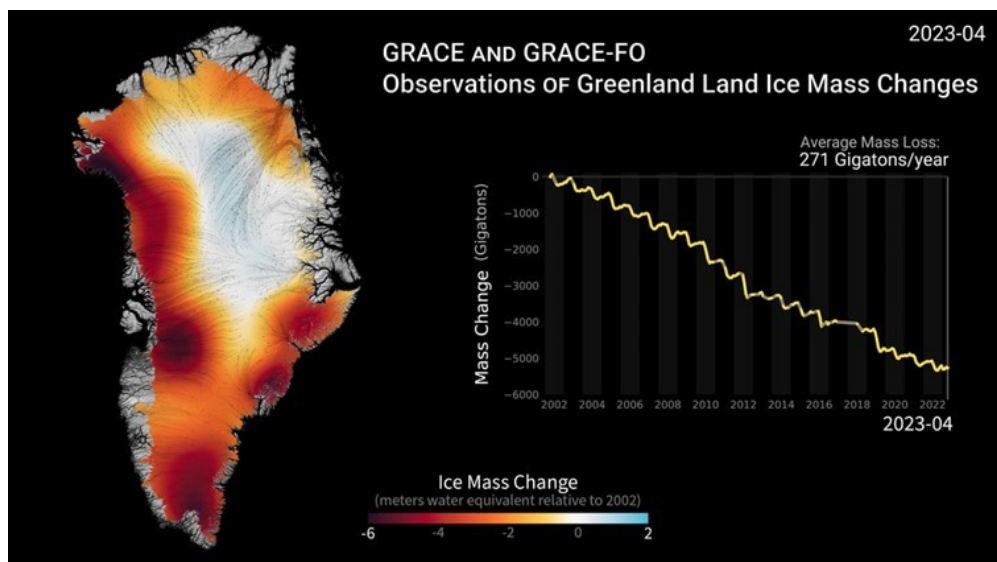
Grönland és az Antarktisz nagy részét borító sarki jégtakarók a krioszféra részét képezik, amely magában foglalja a fagyott vízből álló valamennyi területet, beleértve a jégtakarókat, jégpáncélokat, gleccsereket, tengeri jeget, tavak és folyók jégét és a havat. A krioszféra különböző elemei közül a jégtakarók és gleccserek közvetlenül befolyásolják a globális átlagos tengerszintet, mivel jégvesztésük esetén megemelik azt. A sok éves műholdas megfigyelésekből származó adatokból kiderült, hogy Grönland a jégolvadás mértékének növekedése révén nagy valószínűséggel jégmentessé válik egy évezreden belül a levegő és az óceánok hőmérsékletének melegedése miatt. [10]

4.1 Grönlandi jégtakaró

A jégtakarók tömeget veszítenek a felszíni olvadékvíz lefolyása és a jég környező óceánba történő kilökődése révén. Az elmúlt két évtizedben az előbb említett mindkét jelenség esetében bekövetkezett növekedés a grönlandi jégtakaró gyorsabb tömegvesztését eredményezte. A jégtakaró ma már 1998 óta minden évben veszít tömegéből. [4]

A 8. ábrán a GRACE és GRACE-FO műholdak által mért jégtömeg-változások térbeli eloszlása látható. A sárga, narancs és piros árnyalatok a tömegvesztésben érintett területeket, míg a világoskék színek a jégtömeg-gyapodást mutatják. A fehérrel jelölt régiókban a jégtömeg 2002 óta alig vagy egyáltalán nem változott. [4]

Általánosságban elmondható, hogy Grönland belső, magasabban fekvő térségei viszonylag stabilak maradtak, míg az alacsonyan fekvő és part menti területeken, különösen Nyugat-Grönlandon, jelentős, több mint 6 méteres jégtömegvesztés következett be a vizsgált időszakban. [4]

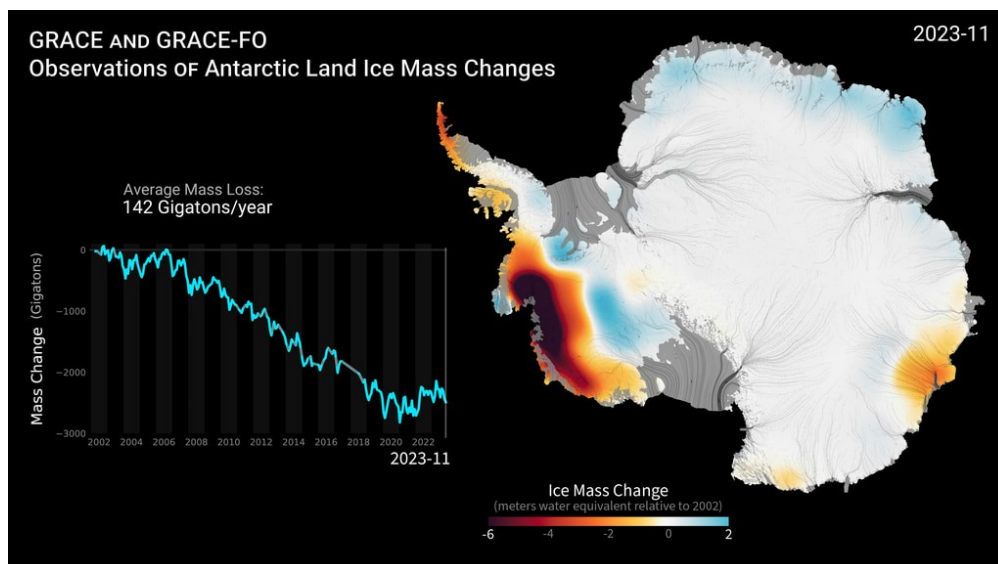


8. ábra: Grönlandi jégatkaró változása GRACE & GRACE-FO mérések alapján [4]

4.2 Antarktiszi jégatkaró

A világ állandó jégtérfogatának nagy része (körülbelül 99,5%-a) jégatkarókba és gleccserekbe van bezárva. Az antarktiszi jégatkaró a legnagyobb fagyott édesvízkészlet; a Föld szárazföldi felszínének több mint 8%-át borítja és becslések szerint teljes elolvadása esetén 57 méterrel emelné meg a tenger vízszintjét. [14]

Az Antarktiszon található jégatkarót három nagyobb egységre lehet bontani, mindegyiknek megvannak a maga egyedi jellemzői. Ezek a Kelet-Antarktiszi jégatkaró (East Antarctic Ice Sheet, röviden EAIS), a Nyugat-Antarktiszi jégatkaró (West Antarctic Ice Sheet, röviden WAIS), és az Antarktiszi-félsziget jégatkarója (Antarctic Peninsula Ice Sheet, röviden APIS), ami kutatások szerint éghajlatváltozásokra legérzékenyebb területe a kontinensnek kis mérete, északi fekvése, valamint azért, mert ez a régió a világ egyik leggyorsabban melegedő helyszíne. [14]



9. ábra: Antarktiszi jégzatkaró változása GRACE & GRACE-FO mérések alapján [15]

A 9. ábrán a 2002-től kezdődően észlelt jégtömeg-változások térképes megjelenítése látható. Az adatok alapján megfigyelhető, hogy a kelet-antarktiszi térségben a hó felhalmozódásának köszönhetően szerény mértékű jégtömeg gyarapodást lehetett tapasztalni. Ezt a növekedést azonban ellensúlyozza a Nyugat-Antarktiszi jégzatkarójának jelentős tömegvesztése (sötétpirossal jelölt rész). A szürke színű területek az úszó jégtáblákat mutatják, melyek változásait a GRACE műholdak nem képesek közvetlenül mérni. Ugyanakkor ezek a területek gyakran átfednek azokkal a régiókkal, ahol a jégvesztés a legnagyobb. Ez a földrajzi egybeesés megerősíti azt a tudományos feltevést, miszerint az Antarktist körülvevő óceáni vizek felmelegedése kulcsszerepet játszik a jégvesztés gyorsulásában. [15]

5 Jégtakaró időbeli változásainak meghatározása

5.1 Tömeganomália fogalma

A Föld gravitációs terének V potenciál matematikai leírására poláris koordinátákat (r, ϑ, λ) használunk, melyeknek origója a Föld tömegközéppontjában van. A gravitációs potenciál kielégíti a Laplace-egyenletet, ami a potenciálra vonatkozóan egy másodrendű parciális differenciálegyenlet, melynek megoldása ún. térbeli gömbharmónikusokkal adható meg. Ennek megfelelően a V potenciál a gömbharmónikusok összegeként fejezhető ki, vagyis olyan kifejezések sorozataként, amelyek tagjai valamely mennyiség különböző felületi kiterjedésű változásait írja le egy gömb felszínén, tehát segítségével leírható a mennyiség egy gömb alakú vagy közel gömb alakú test (például a Föld) felületén. A gömb sugarát tetszőleges mértékig változtatva a mennyiség a teljes tér leírható különböző sugarú koncentrikus gömbök összegeként. [1]

A potenciál, mint térjellemező esetén a gömbfüggvény sorfejtéses képlete: [1]

$$V(r, \vartheta, \lambda) = \frac{kM_0}{R} \sum_{n=0}^{nmax} \left(\frac{R}{r}\right)^{n+1} \sum_{m=0}^n [C_{n,m} \cos(m\lambda) + S_{n,m} \sin(m\lambda)] P_{n,m} \cos(\vartheta) \quad (5.1)$$

ahol r az origótól vett távolság, ϑ a pólusszög, λ a földrajzi hosszúság, k a gravitációs állandó, M_0 a Föld tömege, R a Föld átlagos sugara, $nmax$ a sorfejtés maximális fokszáma, $C_{n,m}$ és $S_{n,m}$ a teret leíró gömbi harmonikus függvény n . fokú és m . rendű együtthatói és $P_{n,m}$ a Legendre-függvényeket jelöli. A potenciál gömbfüggvényysoros alakjából levezethető az ún. tömeganomália gömbfüggvény sorának összefüggése is, mely (a klasszikus mennyiségekkel ellentétben) csak a Föld felszínén értelmezett jelenség. Ez az anomália a tömeg időbeli változásait adja meg terület egységenként, melynek képlete: [1]

$$\Delta\sigma(\vartheta, \lambda) = \frac{R\rho_{Föld}}{3} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{1+k_n} \sum_{m=0}^n [C_{n,m} \cos(m\lambda) + S_{n,m} \sin(m\lambda)] P_{n,m} \sin(\vartheta) \quad (5.2)$$

A felszíni tömeganomália jellemzően a hidroszféra tömegátrendeződéseiről nyújt információt. Mértékegysége kg/m^2 , melyet, ha elosztunk a víz sűrűségével akkor az ekvivalens vízoszlop magasság (Equivalent Water Height; EWH) értékét kapjuk meg. Az EWH a gravitációs tér változásainak hidrológiai egységekben történő ábrázolásának módja. [26]

$$\frac{\Delta\sigma\left(\left[\frac{kg}{m^2}\right]\right) \rightarrow \Delta\sigma\left(\left[\frac{kg}{m^2}\right]\right)}{\rho_{Víz}\left(\left[\frac{kg}{dm^3}\right]\right)} = EWH([mm]) \quad (5.3)$$

A műholdas megfigyelések alapján a gravitációs erőterben fellépő, havonta bekövetkező változásokat a tömegváltozások okozzák, melyek értelmezhetőek úgy, mint a Föld felszínének közelében vékony vízrétegben koncentrált anomáliák. A valóságban ezen anomáliák többségét a hidrológiai víztározókban (vízgyűjtő medencékben) tárolt víz változásai, a változó óceáni, légköri és szárazföldi jégtömegek, valamint a Föld rendszer ezen részei közötti tömegcsere okozza. Függőleges kiterjedésüket centiméterben mérik (egyenértékű vízoszlop magasságában). [26]

5.2 Idősorok elemzése

A GRACE hónapos felbontású nehézségi erőter modellek alapján tetszőleges földrajzi helyre (ϕ, λ) a gömbfüggvényes soros összefüggés alapján meg lehet határozni a tömeganomália értékét. Tetszőleges helyen valamennyi adattal rendelkező hónapra (lásd 1. táblázat) számítást végezve a tömeganomália idősora számolható. Az idősor elemzése céljából elkülönítjük a szezonális (éves és féléves periodicitású) és a hosszú távon (lineáris trend) összetevőket az alábbi formában:

$$\Delta\sigma(t) = A\sin(\omega_{\text{éves}}t + B) + C\sin(\omega_{\text{féléves}}t + D) + Et + F \quad (5.4)$$

Az egyenletben A és C együtthatók az éves, illetve a féléves periódusú változások amplitúdója, B és D ugyanezen változások fázisa, E a lineáris trend és F az eltolás. Ezen függvényt a legkisebb négyzetek minimalizálásával optimálisan illesztve az idősorra kapunk egy olyan együttható (A, B, C, D, E, F) készletet, amelyek megfelelő becslését adják adott helyen tapasztalt időbeli változásoknak. Vizsgálataim során a jégtakaró hosszútávú változásait a meghatározott lineáris trend értékével jellemeztem.

A gyakorlatban a matlab beépített fit szkriptjét futtattam. A futtatáshoz a fenti egyenletet egy anonim egysoros függvényként adtam meg, az alábbi formában:

```
g1=fitttype( @(a,b,c,d,e,f,x) a*sin(2*pi*x+c)+b*sin(pi*x+d)+e*x+f );
[f0,G]=fit(t,data,g1);
```

A lineáris trend előjele kifejezi, hogy hol tapasztalni tömegcsökkenést (kizárólag a jégtakaró tömegváltozásait feltételezve ez olvadási folyamatot jelent), illetve tömeggyarapodást (hasonló körülmények mellett ez a jégfelhalmozódásra utal). A

tapasztalat azonban azt mutatja, hogy ez tömegváltozás kismértékű csak, vagy nem teljesen meggyőző. Éppen ezért kísérletet tettem a folyamat időbeli változásának becslésére is. Ehhez a fenti egyenletet kiegészítettem egy másodfokú taggal is:

$$\Delta\sigma(t) = A\sin(\omega_{\text{éves}}t + B) + C\sin(\omega_{\text{fél éves}}t + D) + Et + F + Gt^2 \quad (5.5)$$

A matlabban a fit szkript segítségével ez a következő:

```
g1=fitttype( @(a,b,c,d,e,f,g,x) a*sin(2*pi*x+c)+b*sin(pi*x+d)+e*x+f+g*x^2 );  
[f0,G]=fit(t,data,g1);
```

Míg a lineáris trend együtthatójának (e) előjele azt fejezi ki, hogy a folyamat olvadó vagy gyarapodó, addig a kvadratikus tag (g) előjele azt fejezi ki, hogy ez a folyamat hogyan változik a jövőben. Ezeket a lehetőségeket összegzi a 2. táblázat.

eset sorszáma	elsőfokú együttható előjele	másodfokú együttható előjele	folyamat leírása
1	+	+	gyorsulva gyarapodó (stabil folyamat)
2	+	-	lassulva gyarapodó (instabil folyamat)
3	-	+	lassulva olvadó (instabil folyamat)
4	-	-	gyorsulva olvadó (stabil folyamat)

Azokon a helyeken, ahol a mindkét együttható pozitív, a tömeggyarapodás egyre intenzívebb, tehát időben egyre inkább erősödő, stabil jégfelhalmozódásnak vagyunk tanúi. Ott, ahol a folyamat ugyan gyarapodó (pozitív elsőfokú együttható), de annak változása ellentétes előjelű (negatív másodfokú együttható), a gyarapodás egyre kevésbé van jelen, idővel akár olvadó folyamattá is átfordulhat, ez az eset tehát egyrészt nem stabil, másrészt a hosszútávú változások szempontjából inkább negatív hatású. Ott, ahol olvadás van (negatív elsőfokú együttható), de a változása ellentétes előjelű (pozitív másodfokú együttható), ott az olvadás nem stabil, idővel akár gyarapodás is lehet. Végezetül ott, ahol mind a folyamat, mind annak változása negatív, ott nemcsak, hogy olvadást tapasztalunk, de egyértelműen fenn is marad a folyamat, sőt idővel egyre inkább fokozódik.

A továbbiakban ilyen módon vizsgáljuk meg az Antarktisz és Grönland jégtakarójának változási folyamatait a jelenleg elérhető GRACE és GRACE-FO mérések alapján.

6 Grönlandi jégtaaró vizsgálata

6.1 Adatforrás és célkitűzés

A vizsgálatom célja a Grönland térségében bekövetkező felszíni tömeg változások kvantitatív elemzése és térbeli trendtérképre való illesztése műholdas gravitációs mérések alapján. Az alkalmazott adatforrás a GRACE és GRACE-FO műholdpáros. A feldolgozás során a CSR (Center for Space Research) által számított nehézségi térerősség változások kerültek felhasználásra.

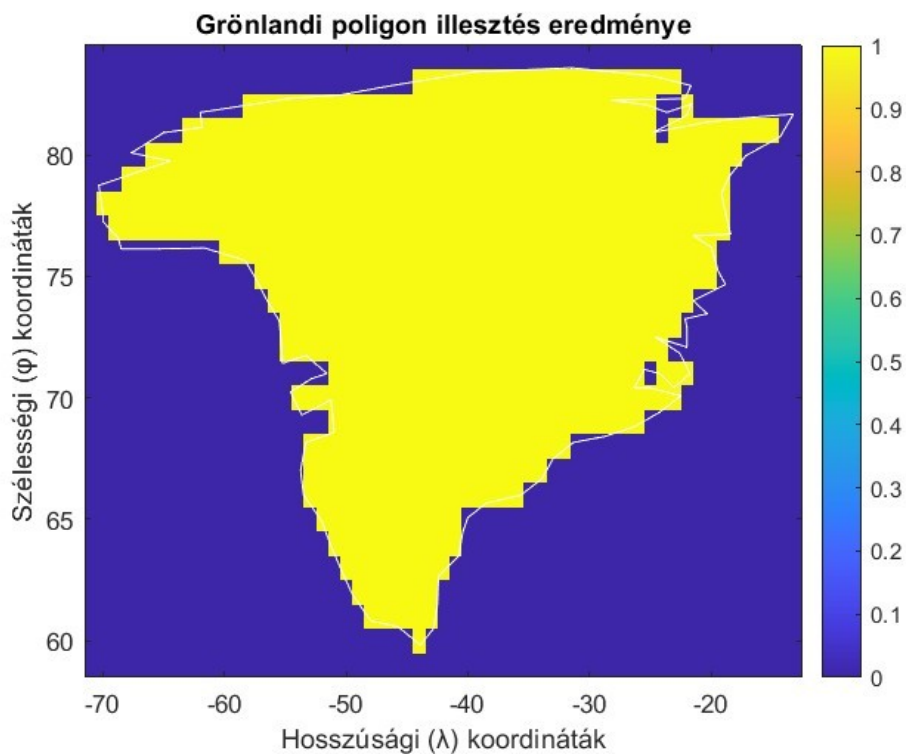
6.1.1 Center for Space Research (CSR)

A CSR, a Texasi Egyetem Űrkutatási Központja, a GRACE és GRACE-FO missziók egyik fő adatfeldolgozó központja. Feladata a műholdak által gyűjtött nyers adatok feldolgozása és a Föld gravitációs mezőjének időbeli változásait leíró modellek előállításra. A CSR által előállított ún. Level-2 termékek gömbharmonikus együtthatók formájában jelenítik meg a nehézségi térerősség potenciáljának változásait, amelyek alapvetőek a tömegváltozások, például a jégtaarók oladásának vagy a talajvízszint változásainak nyomon követéséhez. [9]

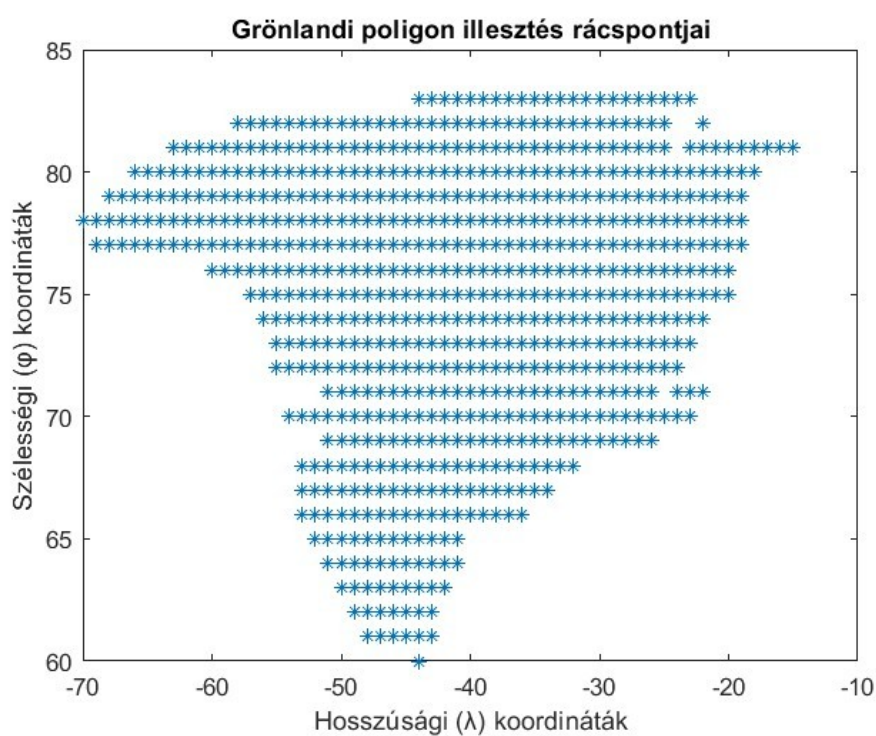
6.2 Térbeli leképezés és maszkolás

A vizsgálat első lépése Grönland georeferált térképi határainak betöltése, amelyet a `greenland` nevű segédfüggvény szolgáltat. Az innen származó hosszúsági (λ) és szélességi (φ) koordinátákat összefűzve egy zárt sokszöget hoztam létre, amely a sziget kontúrszelvényét reprezentálja. A térbeli leképezés során egy egyenletes, $1^\circ \times 1^\circ$ felbontású rácshálót hoztam létre, amely -71° és -13° közötti hosszúság, valamint 59° és 84° közötti szélesség mentén fedi le Grönland térségét.

Ez a rács összesen 59×26 pontot tartalmaz, amelyekből kiválasztásra kerülnek azok a cellák, amelyek belesnek Grönland felszíni poligonjába (az `inpolygon` függvénnyel). A függvény két logikai mátrixot szolgáltat: *in* és *on*, ahol az *in* azt jelzi, hogy az adott pont teljes mértékben a kontúr belsejében helyezkedik el, míg az *on* az éppen kontúron lévő pontokat azonosítja. Ezzel a lépéssel egy maszkolt térbeli leképezést végeztem, amely kizárólag Grönlandon belüli pontokat fog a további feldolgozás során vizsgálni.



10. ábra: Grönlandi poligon illesztés, sárga színnel jelölöm a poligonon belüli területeket



11. ábra: A poligon illesztés rácspontjai

6.3 Idősoros adatelemzés GRACE mérések alapján

A Grönlandon belül elhelyezkedő rácspontok koordinátái alapján minden egyes pontban külön-külön kiszámoltam a GRACE műholdas idősort a `grace_timeser` nevű, külső függvény segítségével. Ez a függvény visszaadja a GRACE és GRACE-FO műholdak által az adott pontban számított tömeg-anomália értékeket.

Az adatok összefűzése után a cellapontokra illesztettem a paraméteres modellt:

```
g1 = fitttype( @(a,b,c,d,e,f,x) a*sin(2*pi*x+c) + b*sin(pi*x+d) + e*x + f )
```

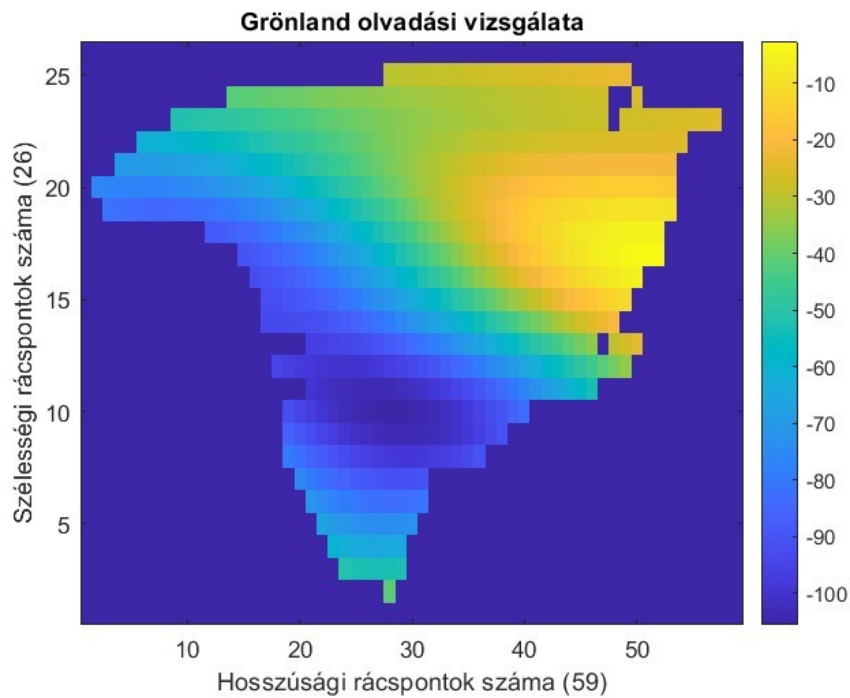
Ez a modell tartalmaz egy éves (2π) és féléves (π) variabilitást reprezentáló szinuszos komponenst, egy lineáris trendtagot ($e \cdot x$), valamint egy konstans eltolást (f). A modell célja, hogy az idősor szezonális és trend komponenseit szétválassza, így az e paraméter közvetlenül értelmezhető mint a felszíni tömeg változásának üteme adott pontban.

A nemlineáris illesztést a MATLAB `fit` függvényének segítségével végeztem el, amely numerikus optimalizálással meghatározza a legjobban illeszkedő paramétereket az adott idősorhoz. A lineáris trend érték minden egyes vizsgált pont esetében külön kerül kiszámításra.

6.4 Trendértékek térbeli rekonstrukciója

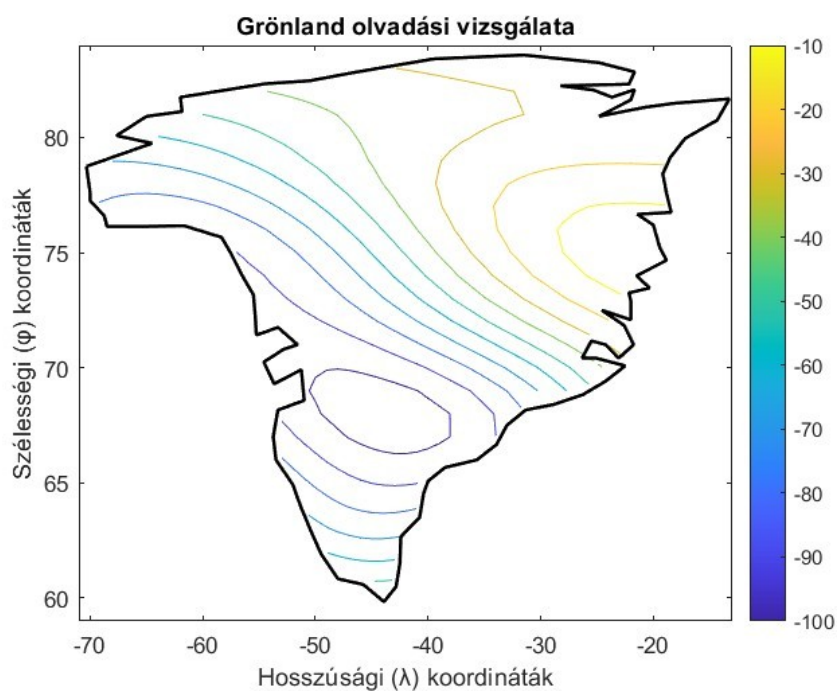
A számított lineáris trendeket (`trG`) egy Grönland területére illeszkedő mátrixba (`tG`) helyeztem vissza. A `tG` mátrix *NaN* értékeket tartalmaz azon pontok esetén, amelyek nem esnek Grönland területére (maszkon kívül). A `tG(ind) = trG` hozzárendelés egy vektoros módja a trendek visszaillesztésének.

A trendmátrix képi és kontúrtérképes ábrázolása különböző vizualizációs eszközökkel történik. Az `imagesc(tG)`, ami a trendek vizuális hőtérképe, színes formában ábrázolja a felszíni tömegváltozások trendjét.



12. ábra: Grönlandi jégolvadás vizuális hő térképe, olvadás mértéke Gt/év.

A $\text{contour}(X_q, Y_q, tG)$ kontúrtérkép segít a finomabb térbeli mintázatok értelmezésében. A kontúrra illesztett Grönland határvonal biztosítja a térképi értelmezhetőséget, ahol X_q és Y_q mátrixok a rácspontok földrajzi koordinátáit tartalmazzák a teljes vizsgálati területre vetítve.



13. ábra: Grönlandi jégolvadás kontúrtérképe, olvadás mértéke Gt/év

Ezek az ábrák segítenek feltérképezni, hogy hol tapasztalható a legnagyobb mértékű jégveszteség, illetve hol stabilabb vagy esetleg növekvő a felszíni tömeg. Az eredményekből jól kirajzolódnak azok a régiók, ahol a jégtakaró elvékonyodása legintenzívebb, jellemzően Grönland nyugati és délkeleti peremterületein. A további számításokban ezekre a területekre összpontosítottam.

6.5 Jégtömeg számítás

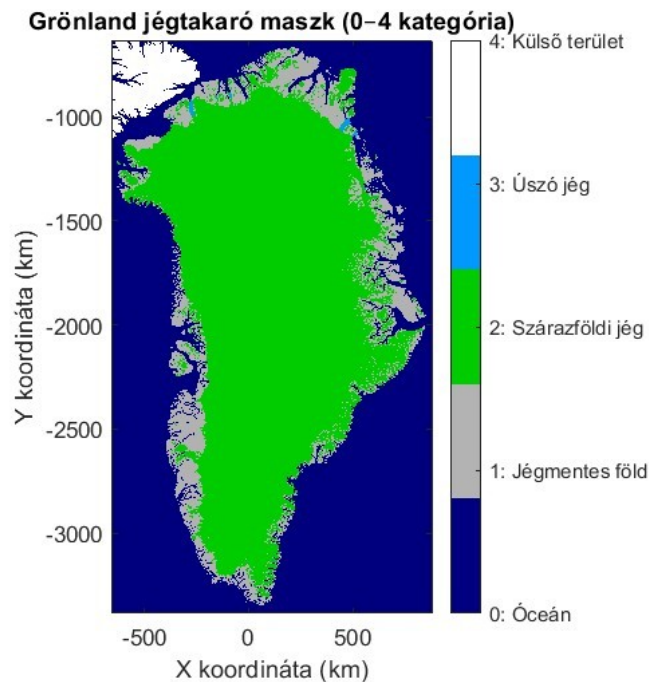
Grönland jégtömegét a BedMachine Greenland V5 az IDBMG4 (Ice Depth and BedMachine Greenland, Version 4) modell ötödik verziója alapján határoztam meg, ami Grönlandot borító jégtakaró és az alatta húzódó domborzat egyik legátfogóbb és legnagyobb pontosságú numerikus reprezentációja. A modell célja, hogy a különböző típusú radaros, batimetriai mérésből és műholdas megfigyelésekből egy egységes, geofizikailag konzisztens jégvastagság- és aljzatmodellt hozzon létre. [16]

6.5.1 A BedMachine Greenland V5 modell bemutatása

A modell a 1993 és 2021 közötti időszakból származó mérési adatokra épül, ugyanakkor a feldolgozás során a különböző idősíkú adatokat egy közös időpontra, a 2007-es évre vetítették vissza. Ezért a modell ún. névleges éve 2007, és minden eredmény ezen időpontra vonatkoztatva értelmezendő. [16]

A modell adatfájlja NetCDF formátumú, és az NSIDC (National Snow and Ice Data Center) által szabványosított polár sztereografikus vetületben (EPSG:3413) került kódolásra. A térbeli felbontás névlegesen 150 méter, amely a különböző adatforrások interpolációjának eredményeképp helyenként sűrűbb vagy ritkább is lehet. A fájl legfontosabb változói: a felszíni koordináták (x, y), a jégvastagság (thickness), a jégfelszín magassága (surface), az aljzat topográfiája (bed), valamint egy felszíntípusokat kategorizáló réteg (mask). [16]

A mask változó értéktartománya 0 és 4 közé esik, a következő jelentéssel: 0 – óceán, 1 – jégmentes szárazföld, 2 – szárazföldi jég (gleccserek), 3 – úszó jég, 4 – Grönlandon kívüli terület. [16]



14. ábra: Grönland jégtakaró maszk ábrázolása

A BedMachine modell egy tömegmegmaradás-alapú (mass conservation) algoritmust alkalmaz. Ennek lényege, hogy a jég vastagsága olyan módon kerül becslésre, hogy az megfeleljen a jégmozgási sebességnek és a felszíni tömegmérlegnek. Ahol pontos radaros adatok állnak rendelkezésre, ott ezek adják az elsődleges bemenetet, míg a hiányos régiókban interpolációs eljárásokkal pótolják az adatokat. [16]

A jég alatti aljzat topográfiája a következő összefüggés alapján számítható:

$$\text{bed} = \text{surface} - \text{thickness}, \quad (6.1)$$

ahol a bed az aljzatmagasság (m), a surface a jégfelszín tengerszint feletti magassága (m), a thickness pedig a jég vastagsága (m). [16]

A mérések pontossága és az interpolációs hibák térben változóak. A jégvastagságra vonatkozó becsült hiba a radaros lefedettséggel bíró régiókban 36–50 méter között mozog, míg a fjordokban és part menti, adatban szegény területeken akár 500 métert is elérhet. A gyorsan áramló gleccserek térségében a modell megbízhatóbb, mivel ott közvetlen radar- és mozgási adatok is rendelkezésre állnak. A belső, lassan mozgó jégterületeken térinterpolációs eljárásokat (kriging, streamline diffusion) alkalmaztak. [16]

A modell egyik legfontosabb alkalmazási területe a szárazföldi jégtömeg számítása. Ehhez szükséges a jégvastagság és a cellák területének ismerete, valamint a jég sűrűsége, amelyet a szakirodalomban elfogadott módon $\rho = 917 \text{ kg/m}^3$ értékkel vettek

figyelembe. Minden egyes rácspontban a jégtömeg a következő összefüggéssel határozható meg:

$$M = h \cdot A \cdot \rho, \quad (6.2)$$

ahol M a jég tömege (kg), h a jégvastagság (m), A adja a cella területét (m²), ρ pedig a jég sűrűsége. [16]

A teljes Grönlandra vonatkozó jégtömeg pedig az összes szárazföldi jéggel borított rácspont tömegének összegeként adódik: [16]

$$M_{\text{össz}} = \sum h(i, j) \cdot A \cdot \rho, \quad \text{ha } \text{mask}(i, j) = 2. \quad (6.3)$$

6.5.2 Grönland szárazföldi jégtömegének kiszámítása a BedMachine modell alapján

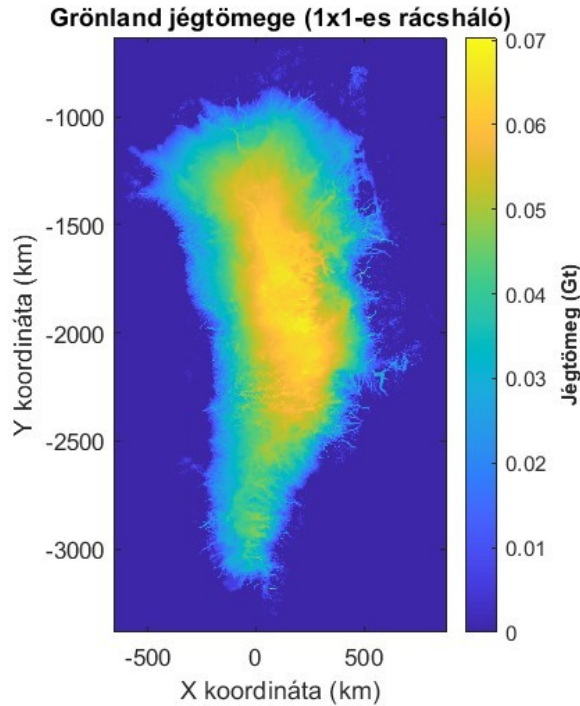
A feldolgozás MATLAB környezetben történt, és a számítások a jégvastagság (thickness) és a felszín típusát azonosító maszk (mask) változók alapján történtek, térbeli blokkokra bontva.

A művelet első lépése az adatfájl betöltése volt. Az x és y koordináták méterben adják meg a térkép rácspontjainak helyét, sztereografikus vetületben. A thickness változó a jégtakaró vastagságát méterben, míg a mask változó 0–4 közötti értékekkel a felszín típusát azonosítja. A dolgozatomban kizárólag a mask = 2 kategóriát dolgozom fel, amely a valódi, kontinenshez kötött jégtakarót reprezentálja.

A feldolgozás során először kiszűrésre kerültek a hibás vastagságértékek: minden negatív, illetve 5000 métert meghaladó érték NaN-ná (hiányzó adattá) lett alakítva, hogy ne befolyásolja a tömegszámítást. Ezt követően a teljes területet 1×1 pixeles blokkokra osztottam fel, azaz minden pixel külön egységként került feldolgozásra. Ez a maximális térbeli felbontás mellett biztosítja a legpontosabb tömegbecslést. A tömegszámítás során az 6.4-es képletet alkalmaztam.

A kiszámolt jégtömegeket egy kétdimenziós *mass_grid* mátrix tárolta, amely minden rácsponti blokkhoz rendelte a vonatkozó Gigatonna értéket. A blokkok koordinátarendszere a teljes x és y tartományt egyenletesen osztotta fel, így a térképi megjelenítés valós helyekhez köthető.

Az ábrázolás során a tömegértékeket egy hőtérképszerű megjelenítéssel vizualizáltam, ahol a szín intenzitása a jégtömeget jelzi gigatonnában. A flipud() függvény alkalmazása biztosította, hogy az északi területek felfelé jelenjenek meg a térképen, mivel a bemeneti mátrix y tengelye fordított sorrendű (délről észak felé csökkenő értékekkel rendelkezik).



15. ábra: Grönland jégtömegének meghatározása a BedMachine Greenland V5 modell alapján

Végül a *mass_grid* elemeit összegezve meghatároztam Grönland teljes szárazföldi jégtömegét:

$$M_{össz} = \sum M_{blokk_{i,j}} \approx 2,7057 \cdot 10^6 \text{ Gt.} \quad (6.4)$$

6.6 Grönland jégtömegének időbeli alakulása és jövőbeli trendjei

A következő részben kísérletet teszünk a grönlandi jégtömeg várható időbeni alakulásának. A számítások során a jégtömegek területi eloszlásával nem foglalkozunk, csak megnézzük, hogy összesen mennyi jégtömeg áll rendelkezésre, és hogy milyen tendenciát mutat ennek időbeni alakulása.

Felmerülhet a kérdés, hogy a számítás során figyelembe tudjuk-e venni, hogy a jég helyhez kötött, így az alsóbb rétegei a jégnek a felsőbb, takaró jégrétegek védelme alatt később kezdenek olvadni, tehát az olvadási folyamat a vastagabb jégtakaró esetében időben késleltetett, tovább tart. De mivel a valóságban a gleccserek mentén és a felszín alatt is vannak olyan jégfolyamok, amelyek átrendezik a jég helyét, így nem tételezhetjük fel a jég helyhez kötöttségét. Ennek hiányában a teljes jégtömeget egyben vizsgáljuk, a területi egyenetlen vastagságtól eltekintünk.

Az elemzés során a GRACE műholdak által mért jég-tömeg-anomáliák alapján rekonstruáltam Grönland jég-tömegének idősorát, majd ennek alakulását egyszerű trendmodellekkel jellemeztem. A lineáris és másodfokú trendek illesztése lehetővé tette a tömegveszteség ütemének összehasonlítását, és szemléletes formában mutatta meg, milyen különbség adódik a trend eltérő modellezéséből. Az extrapoláció során kiszámolt időpont, amikor a jégtakaró tömege nullára csökkenne, nem előrejelzésként, hanem az adott modell alapján számított elméleti értéként értelmezendő. A műholdas adatok jég-tömeg-anomália formájában állnak rendelkezésre, tehát minden időpillanatra a tömeg eltérését adják meg egy adott referencia időponthoz képest.

A GRACE műholdak által szolgáltatott tömeg-anomália adatokat a gömbfüggvénysor felhasználásával egy szabályos földrajzi rácson, $1^\circ \times 1^\circ$ szélességi és hosszúsági felbontással határoztam meg. Mivel a Föld gömb alakú, a rácselemek tényleges felszíni területe a földrajzi szélességtől függően változik. Az egyes pixelek területe északról délre növekszik, tekintettel arra, hogy a paralelirányú oldalhossza:

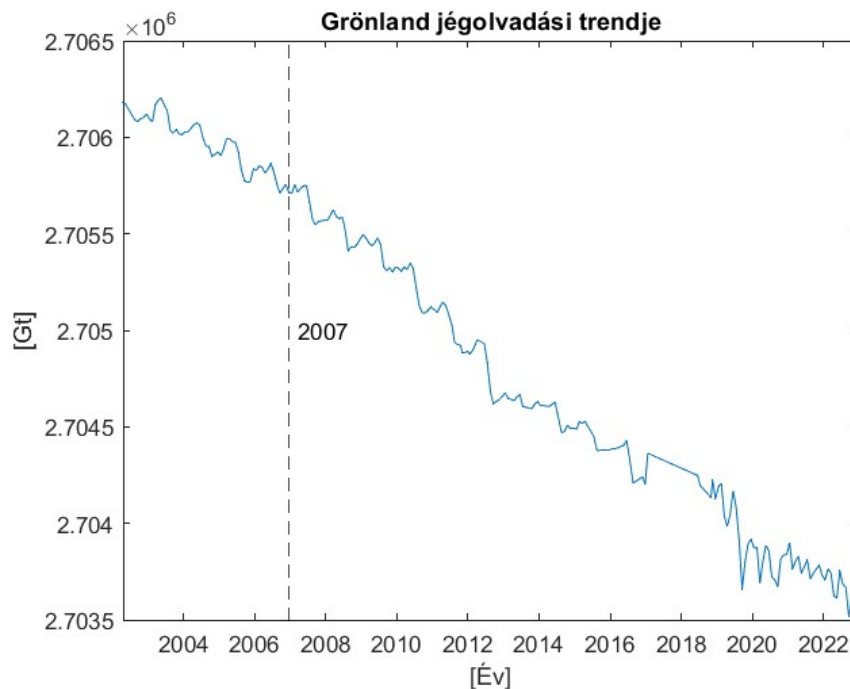
$$R \cdot \cos(\varphi) \cdot \Delta\lambda, \quad (6.5)$$

míg a meridián irányú oldalhossz minden esetben $R \cdot \Delta\varphi$, ezért a gömbnégyyszög (adott pixel) területe:

$$R^2 \cdot \cos(\varphi) \cdot \Delta\lambda \cdot \Delta\varphi \quad (6.6)$$

értékű lesz, ahol $R = 6378137$ m a Föld egyenlítői sugara, $\Delta\varphi = \Delta\lambda = \pi/180$ radián, és φ a földrajzi szélesség.

A mérésekből származó tömeg-anomáliák relatív mennyiségek, tehát az egyes értékek nem, csak két egymást követő érték különbsége az, ami helyes információ. Ezért a relatív tömeg-anomáliá idősort abszolút tömegre alakítottam úgy, hogy a 2007-es évre (a BedMachine V5 modell névleges évére) illesztettem a korábban számított teljes jég-tömeget, amely $2,7057 \times 10^6$ Gigatonna értékű.



16. ábra: Grönland jégolvadási trendje, mértéke Gt/év

Ezután lineáris és másodfokú trendet került illesztésre a tömegidősorra. A trendillesztés céljából az alábbi függvényeket definiáltam:

```
g1 = fitttype( @(a,b,c,x) a + b*x + c*x^2 );
```

```
g2 = fitttype( @(a,b,x) a + b*x );
```

majd ezen függvényekkel elvégeztem az adatsorra illesztést:

```
[y1,G]=fit(x,y,g1)
```

```
[y2,G]=fit(x,y,g2);
```

Ezzel egyenértékű megoldást ad a beépített `polyfit` és `polyval` függvények használata, amelyek előbb a függvények paramétereit határozzák meg (`polyfit`), majd a megadott abszcissa értékekhez kiszámolja a megfelelő függvényértékeket (`polyval`):

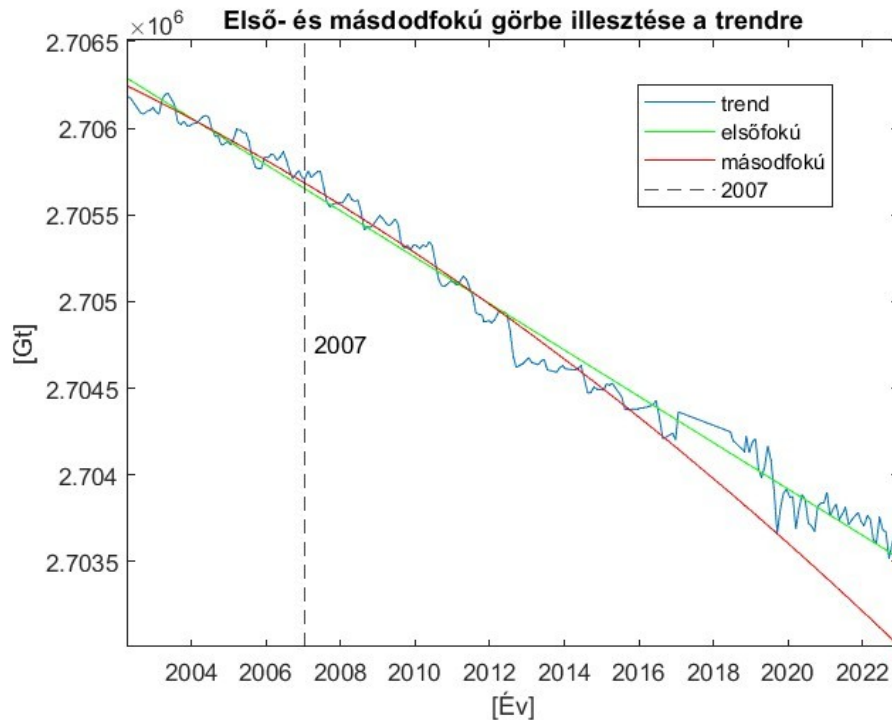
```
[p1,S1,mu1] = polyfit(x,y,1);
```

```
[y1,delta] = polyval(p1,x,S1,mu1);
```

```
[p2,S2,mu2] = polyfit(x,y,2);
```

```
[y2,delta] = polyval(p2,x,S2,mu2);
```

Az illesztés eredményeként kapott lineáris és másodfokú trendeket jeleníti meg a 17. ábra.



17. ábra: Grönlandi trendre első- és másodfokú görbe illesztése

A trendek alapján numerikusan meghatározásra került az az időpont, amikor a jégtömeg nullává válik (azaz teljesen elolvad). Ezt a gyökkereső módszerrel (fzero) oldottam meg.

```
x_1=fzero(@(x) polyval(p1,x,S1,mu1),1000)
x_2=fzero(@(x) polyval(p2,x,S2,mu2),1000)
```

6.7 Eredmények értelmezése

A lineáris trend alapján Grönland jégtömege 22244 év környékén olvadna el, ami azt mutatja, hogy a tömegveszteség jelenlegi üteme viszonylag lassú, ha nem gyorsul tovább. A másodfokú trend alapján a jég kb. 3042 év körül tűnne el teljesen. Ez az eredmény azt sugallja, hogy a tömegveszteség gyorsul, ami összhangban van más tanulmányok megfigyeléseivel.

A GRACE műholdak által nyert gravitációs tömeganomália adatok alapján rekonstruálásra került Grönland teljes jégtömeg-idősora, amire polinomiális trendek lettek illesztve. A másodfokú modell jobb illeszkedést mutatott, és radikálisan korábbi jégvesztést jelez, mint az egyszerű lineáris közelítés. Az eredmények jól illusztrálják a

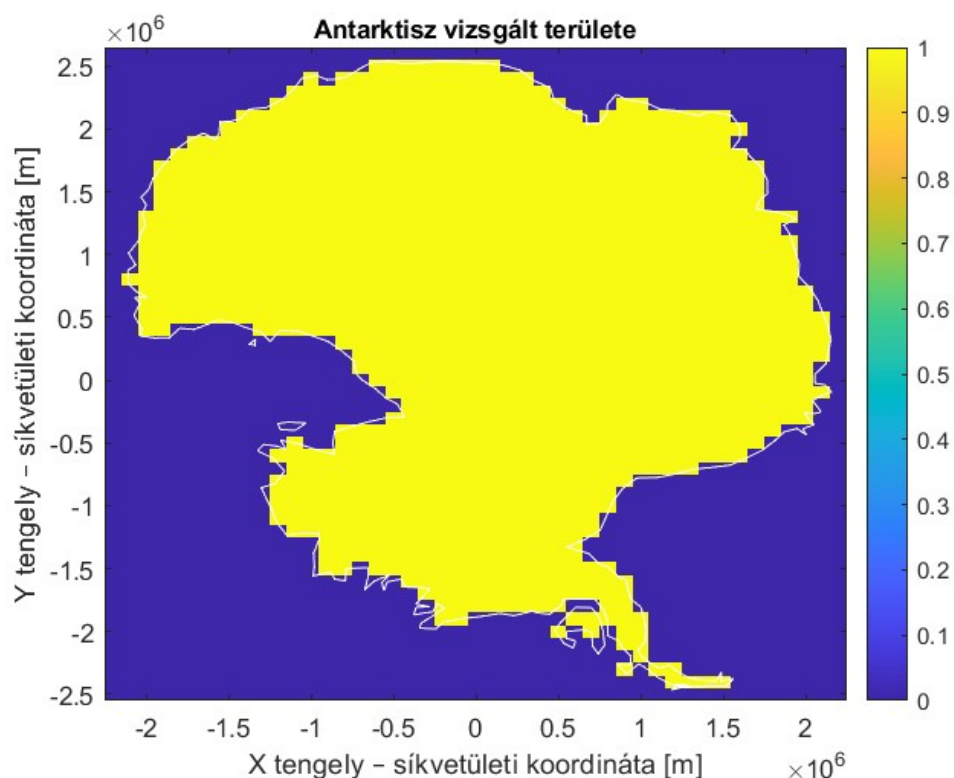
jégtakaró állapotának romlását, és alátámasztják a klímamodellek gyorsuló jégolvadást feltételező forgatókönyveit.

7 Antarktiszi jégtakaró vizsgálata

7.1 A vizsgált terület körül határolása és rácsháló képzése

A vizsgálat első lépése a vizsgált terület, az Antarktiszt, térbeli leképezése volt. Ehhez a külső forrásból rendelkezésemre álló antarctica nevű segédfüggvényt használtam fel, amely a kontinens partvonalának koordinátáit tartalmazza vektoros formában. A földrajzi koordináták (φ , λ) egy egyenletes, 100 km-es léptékű, szabályos rácshálóra kerültek rávetítésre az x és y tengely mentén, amelyet az inpolygon függvénnyel szűrtem ki kizárólag a partvonalon belülré eső pontokat megtartva.

Ez a szűrés kritikus fontosságú a felesleges számítási lépések elkerülése és a releváns adatokra való fókuszálás szempontjából. Az így kapott rácspontok szolgáltak alapul a GRACE idősorok kiértékeléséhez.



18. ábra: Az Antarktis vizsgált területe 100 km × 100 km-es rácshálóval. A tengelyek síkbeli koordináták méterben [m], az inpolygon függvény alapján kijelölt vizsgálati cellákkal.

7.2 Koordináta-átalakítás

A GRACE adatok feldolgozása, tehát a nehézségi erőter modellek szintézise geocentrikus koordinátarendszerben történik, így a felszín feletti pontok geocentrikus derékszögű koordinátáit (x, y, z) szükséges volt átalakítani földrajzi (szélesség, hosszúság, magasság) koordinátákra. Ezt az alábbi transzformációs összefüggések felhasználásával végeztük:

$$\varphi = \arctg \frac{z + e'^2 \cdot b \cdot \sin^3 \theta}{p - e^2 \cdot a \cdot \cos^3 \theta} \quad (7.1)$$

$$\lambda = \arctg \frac{y}{x} \quad (4.9)$$

$$h = p \cdot \cos \theta + z \cdot \sin \theta - a \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi} \quad (7.2)$$

ahol:

x, y, z – geocentrikus, térbeli, derékszögű koordináták

φ, λ, h – geocentrikus földrajzi koordináták

a – az ellipszoid félnagytengelye

b – az ellipszoid félkistengelye

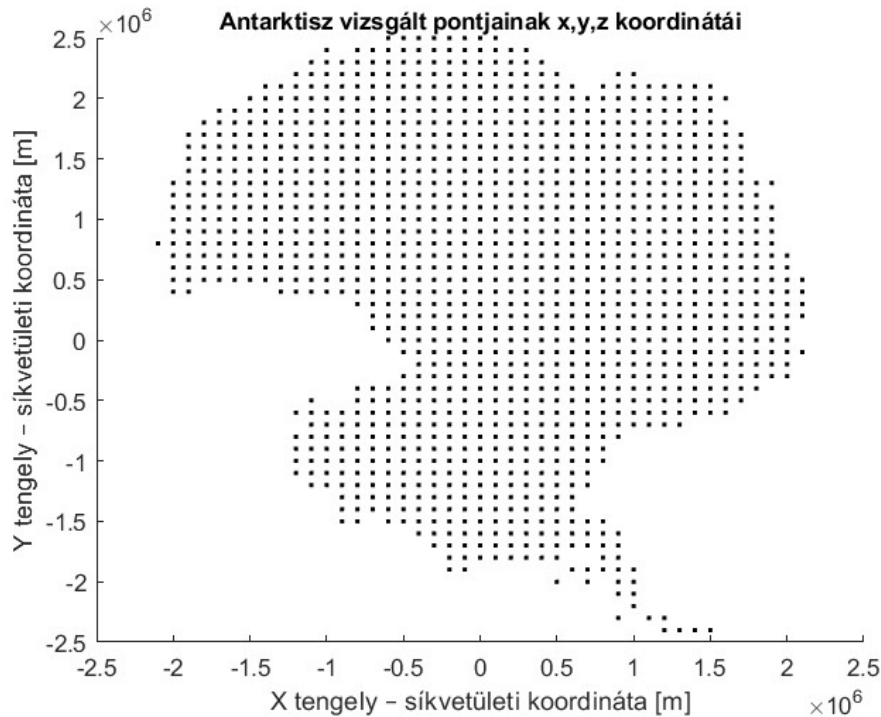
$e^2 = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}}$ – az első numerikus excentricitás négyzete

$e'^2 = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{b^2}}$ – a második numerikus excentricitás négyzete

$p = \sqrt{x^2 + y^2}$ – a helyvektor egyenlítő síkjába eső vetülete

$\theta = \arctg \frac{z \cdot a}{p \cdot b}$ – segédszög

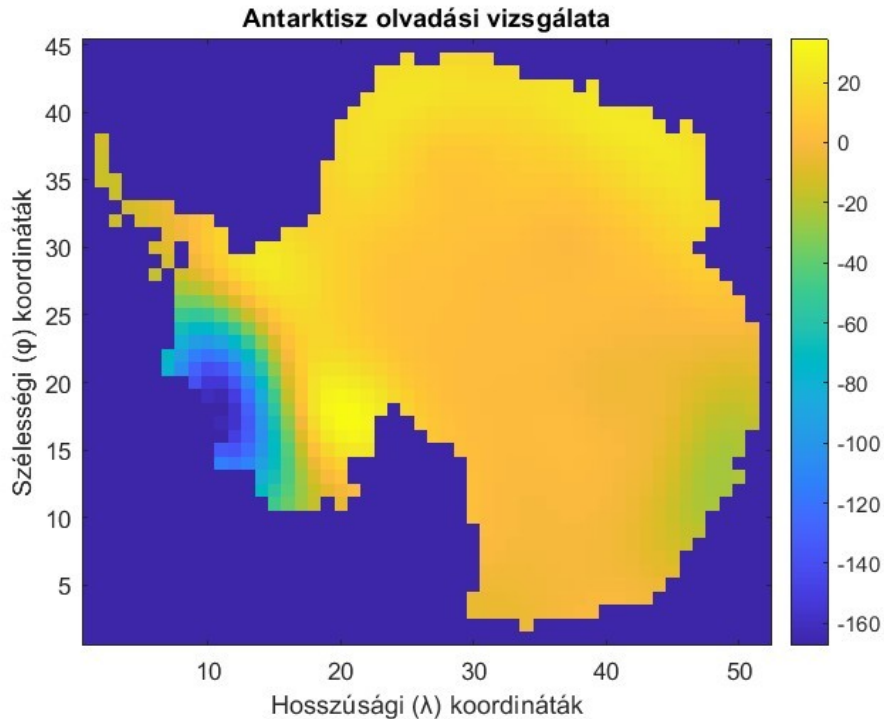
A transzformáció során a WGS84 ellipszoid paramétereit használtuk.



19. ábra: Az Antarktis vizsgált területén belüli pontok geocentrikus derékszögű koordinátái (x, y, z). A tengelyek síkbeli koordináták méterben [m].

7.3 GRACE/GRACE-FO modellek szintézise és trendillesztés

A rácspontok mindegyikére a `grace_timeser` függvénnyel számítottam idősort: a CSR (Center for Space Research) GRACE (2002-2017 között) és a GRACE-FO (2018-2025) adattermékéből. A két idősor összevonása modell alapján. A lineáris trend komponense kulcsfontosságú, mivel ez adja meg a felszíni tömeg változásának sebességét az adott rácspontban. A trend értékeinek térbeli interpolációjával kirajzolhatóak a jégveszteség vagy -növekedés mértéke. Ez az elemzés lehetővé teszi a jégborítás dinamikájának pontosabb megértését.



20. ábra: Antarktis jégolvadásának vizuális hő térképe, olvadás mértéke Gt/év.

7.4 Eredmények megjelenítése és értelmezése

Az illesztett lineáris trend értékeket hozzárendelve a rácsháló megfelelő helyeihez, mátrix formában reprezentáltam az Antarktis tömegmegváltozásának térbeli eloszlását. Az adatokat szintértképeken és kontúrtérképeken ábrázoltam, amelyeken jól kirajzolódnak a jégvesztésben leginkább érintett régiók.

A legjelentősebb negatív trendek Wilkes Land, Victoria Land, Nyugat-Antarktis, különösen az Amundsen-tenger partvidéke mentén figyelhetők meg. Ez összhangban van más tanulmányokkal, amelyek szerint az itt található jégtakaró gyorsabban olvad, részben az alulról ható meleg óceáni áramlások miatt [17].

A kelet-antarktiszi régiók, Queen Maud Land és Enderby Land viszonylag stabilabbak, helyenként pozitív tömegtrend is kimutatható, amely esetenként a fokozott havazással hozható összefüggésbe [18]. Az így kapott eredmények megerősítik a GRACE/GRACE-FO műholdak jelentőségét a jégdinamikai változások monitorozásában.

7.5 Jégtömeg becslése

A jégtömeg pontos becslése nem triviális feladat, mivel a jégtakaró térben és mélységben is változó vastagságú, valamint sűrűsége sem állandó a teljes mélységben. A jégtakaró tömegének kiszámításához tehát két alapvető adat szükséges: a jég vastagsága (magasságprofil), és a jég sűrűségének változása a mélység függvényében (sűrűségprofil).

A tömegbecslést a Bedmap2 (az Antarktiszi jégvastagság- és jégalatti domborzatmodellje) és az IMAU-FDM (Institute for Marine and Atmospheric Research Utrecht - Firn Densification Model) által generált sűrűségprofilok felhasználásával készítettem el.

7.5.1 Bedmap2

Az Antarktiszi-félsziget és a kontinens egészének geofizikai kutatásaihoz alapvetően szükséges a jég vastagságának és az alatta lévő felszín topográfiájának ismerete. Ezt a célt szolgálják a jégvastagsági és jégalatti domborzatmodellek, melyek háromdimenziós képet nyújtanak a jégtakaróról és a rejtett, szilárd aljzatról. Az első ilyen digitális modell, a Bedmap1, 2001-ben készült el, és több mint egy évtizeden át széles körben alkalmazták különféle tudományterületeken, például glaciológiában és klimatológiában. [19]

Azóta jelentős fejlődés történt az adatgyűjtés és technológia terén. Ennek eredményeként 2013-ban megjelent a Bedmap2 modell, amely már lényegesen részletesebb és pontosabb képet ad az Antarktiszi 60. déli szélességi fokától délre eső területeiről. A projekt mintegy 25 millió jégvastagság-mérést dolgozott fel, ez több mint százszorosa a Bedmap1 adatbázisának. [19]

7.5.1.1 Adatok, módszerek és újítások

A Bedmap2 adatainak gyűjtése a 2000-es évek első felétől indult és 2012-ig tartott, így mintegy másfél évtized méréseit foglalja magában. A legjelentősebb adatgyűjtési kampányok 2003 és 2011 között zajlottak, ekkor több tucat repülőgépes radarmérést végeztek nemzetközi együttműködések keretein belül. A jégvastagság mérések döntő többsége korszerű, repülőgépekre szerelt jégradar rendszerek segítségével készült, de emellett jelentős mennyiségű műholdas lézer-altimetriai adatot (pl. ICESat,

2003–2009), topográfiai térképeket és gravitációs adatokat (GOCE és GRACE műholdak) is felhasználtak. [19]

A végső adatállomány több mint 25 millió jégvastagság mérést tartalmaz, ami több mint százszorosa az eredeti Bedmap1 által felhasznált adatoknak. A felszíni magasságmodellek összeállításához szintén 2003 után készült DEM-eket (Digital Elevation Model) használtak fel, míg az aljzat domborzatát helyenként gravitációs inverzióval rekonstruálták. A teljes térképezés egységes 1 km-es rácshálón valósult meg, amihez interpolációs eljárásokat is alkalmaztak, mint a TopoGrid algoritmus, melyek elősegítették a domborzati sajátosságok részletgazdag megőrzését. [19]

7.5.1.2 Gravitációs adatokból származtatott jégvastagság

Azokon a térségeken, ahol radaros adat nem állt rendelkezésre, például a Recovery- és Support Force-gleccserek között vagy Princess Elizabeth Land területén, a jégvastagságot gravitációs adatokból becsülték. Ehhez a műholdas mérésekből számították ki az ún. GTCF (gravity-to-topography conversion factor) értékét, amely jellemzően 13,5 m/mGal körül alakult, de egyes térségekben elérte a 20 m/mGal-t is. [19]

7.5.1.3 Szintetikus adatok és interpoláció

Hegyvidéki területeken, ahol mérések nem voltak, szintetikus adatokat alkalmaztak. A „thin ice” modell például a sziklás kiemelkedések távolsága alapján becsülte a jégvastagságot logaritmikus regresszióval. Emellett olyan gleccsereknél, ahol kevés adat állt rendelkezésre, lineáris interpolációval vagy a jég felszíni magasságából számolták ki a becsült vastagságot. [19]

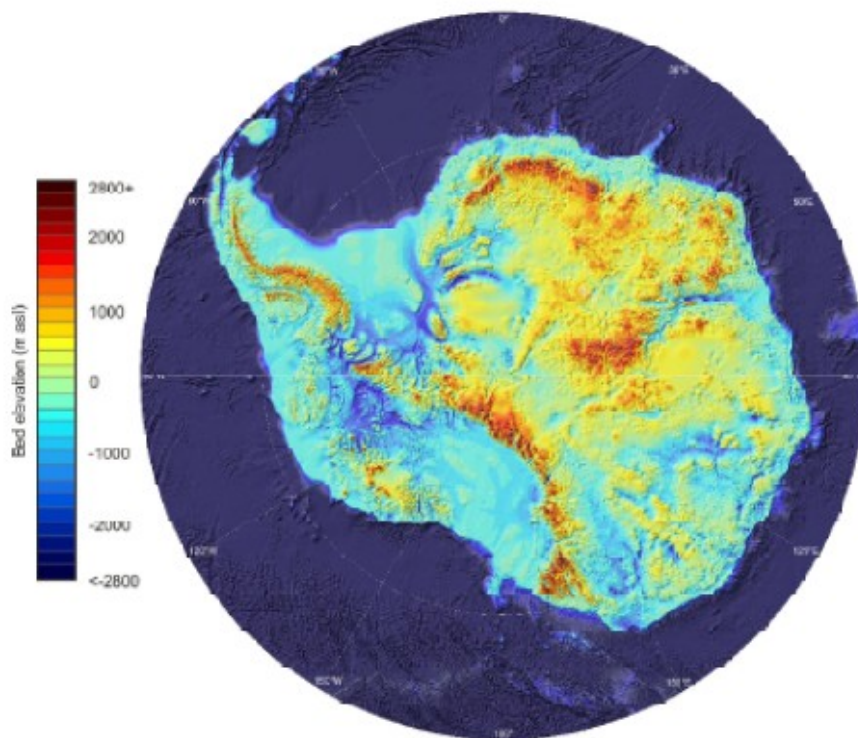
Az interpolációs módszerek kiválasztását külön vizsgálatok előzték meg, hogy a tipikus hibákat, mint a túlzott értékek egy-egy mérési pont körül (ún. „bull’s-eye” hatás), minimalizálják. A TopoGrid algoritmus alkalmazása révén sikerült ezek előfordulását csökkenteni. [19]

7.5.1.4 Tudományos eredmények

A Bedmap2 segítségével készült térképek nemcsak részletesebbek, hanem pontosabb becsléseket is lehetővé tettek. A frissített adatok alapján a kontinens jégtömegének becsült térfogata 27 millió köbkilométer, amely közel megegyezik a Bedmap1 által közölt értékkel. Emellett az új térképezés révén pontosították a jég átlagos vastagságát, amely 4,6%-kal magasabbnak mutatkozott a korábbi modellhez képest. Az

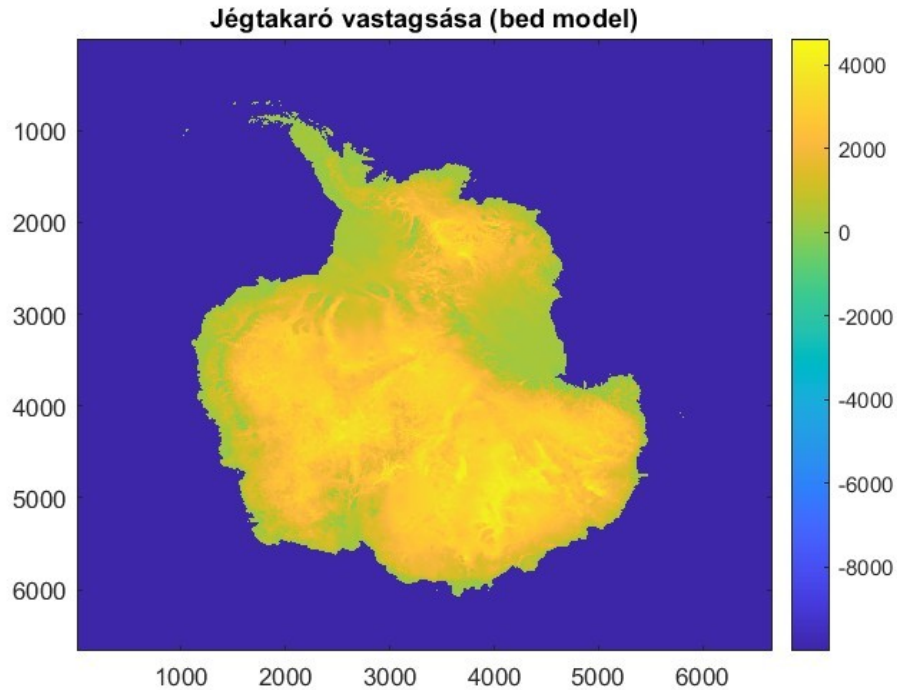
aljzat mélysége átlagosan 72 méterrel mélyebb, és a tengerszint alatti jéggel fedett területek kiterjedése mintegy 10%-kal nőtt. [19]

Ezen túlmenően a Bedmap2 adatrácsok jelentős szerepet játszanak a jégtakaró és az alatta elhelyezkedő litoszféra közötti kölcsönhatások, illetve a geodinamikai folyamatok vizsgálatában is. A 2001 utáni adatgyűjtési hullámmal a kutatók ma már egy nagyságrenddel részletesebb és pontosabb képpel rendelkeznek a jégtakaró szerkezetéről és viselkedéséről. [19]



21. ábra: Bedmap2 aljzatmagasság-rács [19]

A Bedmap2 adatbázis bináris formában tartalmazza az Antarktisz jégtakarójának vastagságát. Az adatbázis az adatokat egy 6667x6667 méretű mátrixban tárolja, ahol minden elem egy négyzetkilométeres területhez tartozó jégvastagság értékét tartalmazza méterben.



22. ábra: 6667x6667 méretű bed modell mátrix, a jégvastagság mértékének skálája méterben

Az eredmény alapján már megfigyelhető az Antarktisz központi, vastagabb jégtakarója és a part menti vékonyabb régiók.

7.5.2 A jégréteg numerikus modellezése

A műholdas altimetriai mérések a felszín térfogatváltozásait rögzítik, azonban ezekből az adatokból megbízható tömegváltozás számítás csak a hó-, firn- és jégréteg sűrűsödési és porozitásbeli változásainak figyelembevételével végezhető. A firn, mint a friss hó és a gleccserjég közötti átmeneti porózus réteg, nemcsak a hó halmozódási és tömörödési helyszíne, hanem a felszíni olvadékvíz tárolásának egyik legfontosabb közege is. [20]

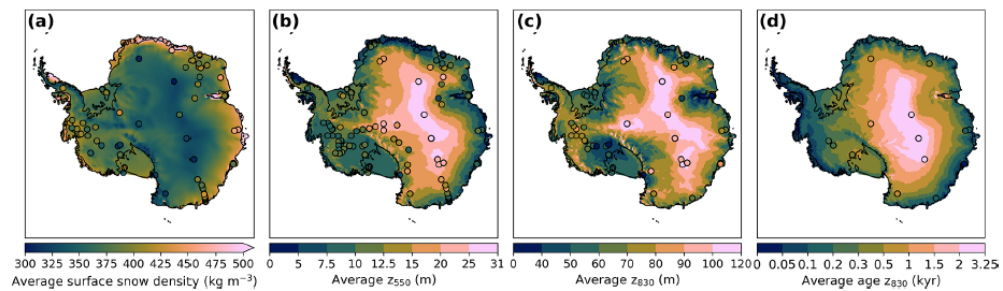
A firnréteg képes az olvadékvíz szinte teljes egészét visszatartani, mivel a víz a porózus szerkezetében újra fagy mielőtt eljutna a jégfelszínig. Ez a jelenség különösen fontos az éghajlatváltozás előrehaladtával, hiszen a fokozódó oladás és a firn pórusainak kimerülése közvetlenül hozzájárulhat a jégtakaró destabilizációjához. Az így keletkező víz nemcsak hozzájárulhat a felszíni jég repedéséhez és az ebből eredő jégtömeg összeomláshoz, hanem hosszú távon a jégveszteség és a tengerszint emelkedés ütemét is növelheti. [20]

Mindezek figyelembevételével a firnréteg fizikai viselkedésének numerikus modellezése kulcsfontosságú a jelenlegi és a jövőbeli jég-tömeg változások pontos értelmezéséhez. Az Utrechti Egyetem által fejlesztett IMAU Firn Densification Model (IMAU-FDM) az egyik legismertebb sűrűség modell a firnréteg szimulációjára, melynek a legfrissebb, 1.2A verzióját Sanne Veldhuijsen és munkatársai mutatták be 2023-ban, amely az Antarktisz teljes területére vonatkozóan 1979 és 2020 közötti időszakokra végzett szimulációkat. A modell célja a firnréteg sűrűségprofiljának, vastagságának, hőmérsékleti viszonyainak és légpórustartalmának szimulációja, különös tekintettel az időbeli változásokra és azok éghajlati összefüggéseire. [20]

7.5.2.1 A modell felépítése és adatforrásai

Az IMAU-FDM v1.2A egy félig empirikus, egydimenziós modell, amely Lagrange-szemléletben követi a firn rétegeit. A modell a firn sűrűségét, hőmérsékletét, víztartalmát és felszíni magasságváltozását számítja ki időben, helyenként 3000 rétegre osztva a firnoszlopot. A szimulációk célja a firnréteg vastagságának (z830), a kritikus sűrűségi szintek mélységének (z550 és z830), valamint a firn légpórustartalmának (FAC – firn air content) meghatározása. A firnréteg jellemzőinek, köztük a felszíni sűrűség, tömörödési mélységek (z550, z830) térbeli eloszlását a 23. ábra szemlélteti. [20]

A modell alapját a RACMO2.3p2 regionális éghajlati modell biztosítja, amely az ECMWF ERA5 1979–2020 közötti időszakra vonatkozó adatsorát használja. Az ERA5 az Európai Középtávú Időjárás Előrejelző Központ (ECMWF) által fejlesztett globális analízis adatsor, amely 1979-től kezdve biztosít teljes körű, nagy felbontású (30 km-es térbeli felbontású) éghajlati adatokat. Az ERA5 több milliárd meteorológiai megfigyelés integrálásával készül, és korszerű numerikus időjárási modell alapján rekonstruálja a Föld légköri állapotát az elmúlt évtizedekben. A RACMO2.3p2 modell ezeket az adatokat használja fel regionális szinten, az Antarktisz térségére leskálázva, hogy pontosabb regionális klíma-modellt biztosítson a firnmodell számára. A térbeli felbontás 27×27 km, az időbeli felbontás 3 óra. [20]



23. ábra: A modell által szimulált firnréteg jellemzők: (a) felszíni hósűrűség, (b) z550 mélysége, (c) z830 (firnvastagság), (d) firn kor a z830 mélységben. [20]

7.5.2.2 Modellezett fizikai folyamatok

Az egyik számomra lényeges modellezett folyamat a száraz firn tömörödése, amely az Arthern et al. (2010) [23] által leírt képleten alapul, ami figyelembe veszi a hőmérsékletet, az éves akkumuláció mértékét és a réteg aktuális sűrűségét. A képletet két külön korrekciós faktorral egészítették ki, a MO550 és MO830*, amelyek a sűrűségfüggő tömörödést pontosítják a 550 kg/m³ és 830 kg/m³ határértékek között. Ezeket a korrekciós értékeket 93 száraz firnmag alapján határozták meg és hatványfüggvényes formában illesztették. [20]

A firn légpórustartalma (angolul: firn air content, FAC) a modell egyik legfontosabb kimenete, amely a firnréteg teljes, függőlegesen integrált pórustérfogatát jelenti. Az FAC mértékegysége méter, és azt fejezi ki, hogy milyen vastagságú firnréteg tömörödne gleccserjég sűrűségére. A modell szerint az antarktisi jégtakaró területén az FAC átlagos értéke 22,8 méter és regionálisan 0 és 40 méter között változik az adott terület klímaviszonyaitól és akkumulációjától függően. A térbeli mintázat szoros összefüggést mutat a z830 szint mélységével: ahol vastagabb a firn, ott több pórustérfogat is felhalmozódik. Az új modellverzió (IMAU-FDM v1.2A) becslései szerint az FAC értékek átlagosan 0,6 méterrel magasabbak, mint az előző modellváltozatban (v1.1), különösen a közepes felhalmozódású régiókban. [20]

A szimulációk egyik legfontosabb eredménye, hogy a felszínmagasság szezonális és évtizedes változásainak több mint 60%-a az FAC időbeli változásaira vezethető vissza, nem pedig a tömegváltozásra. Ez kiemeli, hogy a firn pórustartalom pontos modellezése nélkülözhetetlen a jég magassági változásainak értelmezéséhez. [20]

7.5.2.3 Spin-up és érzékenységi vizsgálatok

A modell futtatása egy ún. spin-up periódussal indul, amely során a 1979–2020 közötti éghajlati adatokat többször ciklikusan ismételve szimulálják a firnréteg fejlődését. A cél, hogy a firn elérje a termikus és szerkezeti egyensúlyi állapotot. Ez a megközelítés azon az éghajlati feltételezésen alapul, hogy a közelmúlt klímája reprezentatív a hosszabb időtávra nézve is. A spin-up időszak hossza és minősége nagy hatással van a modell stabil állapotára és a szimulációs eredmények pontosságára. [20]

A kutatók érzékenységi vizsgálatokat is végeztek a spin-up éghajlati viszonyaira. A hőmérsékletet ± 1 °C-kal, az éves akkumulációt $\pm 20\%$ -kal módosítva szimulálták az eredményeket. A tesztek azt mutatták, hogy a spin-up kis eltolásai is számottevően befolyásolják a végső firnszerkezetet, különösen az FAC és z830 értékeket. Ez hangsúlyozza annak fontosságát, hogy a kezdeti feltételek jobban reprezentálják a múltbeli körülményeket. [20]

7.5.2.4 Regionális különbségek és jövőbeli irányok

A modell illeszkedése földrajzilag nem egységes. A Kelet-Antarktiszon (pl. Dronning Maud-föld, Wilkes-föld) a modell jól visszaadja a mért firn szerkezeti jellemzőit. A Nyugat-Antarktiszon és az Antarktiszi-félsziget térségében azonban nagyobb az eltérés, főként a múltbeli klíma ismeretének bizonytalansága miatt. A szerzők hangsúlyozzák, hogy e régiókban szükség van nagyobb felbontású éghajlati adatforrásokra és további jégmagalapú rekonstrukciókra. [20]

A jövőbeli modellfejlesztések fókuszában a múltbeli klíma pontosabb visszamenőleges becslése, az olvadákvíz újrafagyásának részletesebb leírása és a felszíni vízmozgások javítása áll. Ezáltal a firnmodellek jobban alkalmazhatók lesznek a jégtömeg és tengerszintváltozás előrejelzésére. [20]

7.6 A jég sűrűségének modellezése

A jég felső rétegében a sűrűség alacsonyabb, mivel (fentről lefelé haladva) friss hó, firn és porózus jégrétegek találhatók itt; ezek tömörödésével fokozatosan növekszik a sűrűség, amíg el nem éri a szilárd jég sűrűségét ($\sim 917 \text{ kg/m}^3$). [22]

A számításhoz a korábban tárgyalt modell, az IMAU által előállított, térben és mélységben is változó sűrűségmodellt használtam fel, ami egy 3D-s adatstruktúra: $\rho(\varphi, \lambda, h)$ formában tartalmazza a sűrűség adatokat. Mivel ennek térbeli felbontása és a

használt vetülete is eltér a Bedmap2 modell által használttól a két rendszer azonos rendszerbe kell előbb transzformálnunk.

A két adatforrás (Bedmap2 és IMAU) különböző koordinátarendszert használ: az IMAU-FDM sűrűségmodell adatai földrajzi koordinátákban (szélesség, hosszúság) vannak megadva, azonban a Bedmap2 adatrács vízszintes vetületi koordinátákban (kilométeres skálán, déli sarkkörre illesztve). Ezért a sűrűségmodell pozícióit először át kell konvertálni vetületi koordinátákra, majd illeszteni a Bedmap2 rácsra.

A déli sarkkörre illesztett, Greenwichi meridián kezdőirányú vízszintes koordinátarendszerbeli koordináták (x, y) a földrajzi koordináták (φ, λ) alapján az alábbiak:

$$x = \frac{R}{\operatorname{tg}\varphi} \cos\lambda \quad (7.3)$$

$$y = \frac{R}{\operatorname{tg}\varphi} \sin\lambda \quad (7.4)$$

ahol R a közelítő gömb sugara, értéke 6378137 m.

Ezután szükség volt még a sűrűségadatok tükrözése az y -tengely mentén, mivel a forrásadatok és a Bedmap2 eltérően vannak orientálva. Ez biztosítja, hogy a sűrűségprofilhoz hozzá tudjuk rendelni a jégvastagság modell megfelelő térbeli pozícióhoz az interpoláció során.

7.7 Maszkolás és interpoláció az egységes rácsra

A maszkolás célja, hogy csak a valós, érvényes Bedmap2 értékekhez rendeljünk sűrűséget, így kizárjuk a tenger alatti, peremterületi vagy hibás adatokat. A `griddata` függvény segítségével a sűrűségértékeket interpoláltam a Bedmap2 által definiált gridre, amely -3333500:1000:3333000 értéktartományban van megadva, vagyis 1 km felbontású rács (millió méteres tartomány, 6667x6667-es rács). Az interpolációt minden egyes sűrűségrétegre külön el kellett végezni. A sűrűségkétegeket magasságilag méteres felbontásban tartalmazza az adat, de elég csak a felső 150 réteggel számolni, 150 m alatt ugyanis már alapvetően állandó a jég sűrűsége.

A `griddata` függvény térbeli interpolációt végez, amely során a rendelkezésre álló sűrűségértékekből kiszámolja a közbenső értékeket, és leképezi őket a Bedmap2 térbeli gridjére. Mivel az interpoláció nagy számú rétegre vonatkozik (150 sűrűségkéteg),

a számítási igény magas. A programban szakaszosan, 30-as csoportokban dolgoztam fel és mentettem az eredményt.

7.8 A jégtömeg kiszámítása

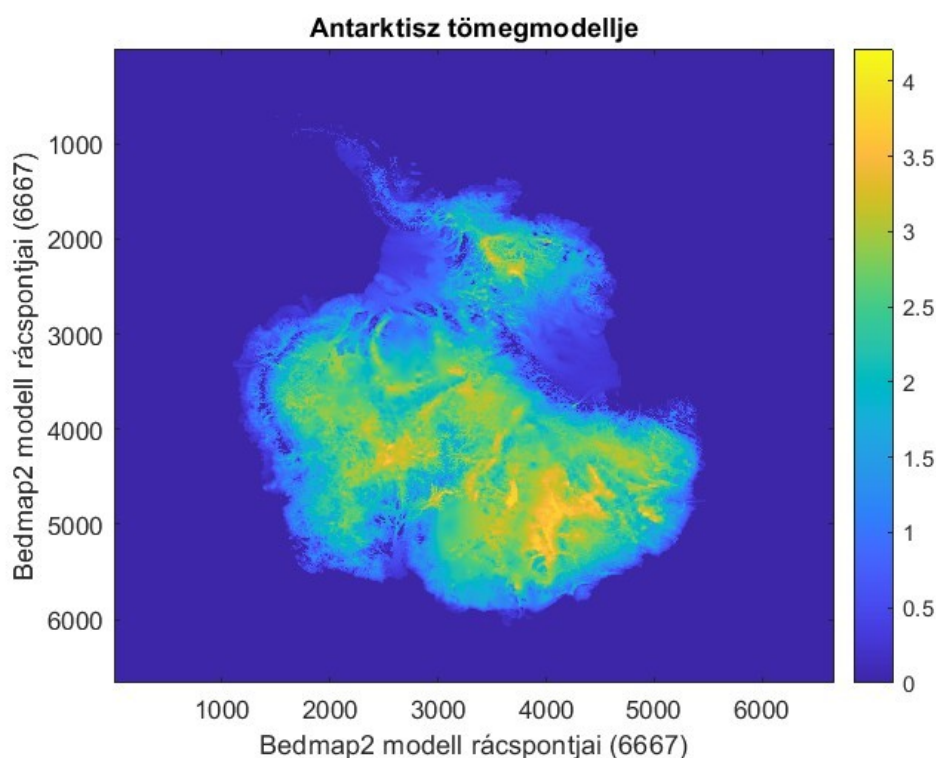
Az egyes térfogatelemekben (1km x 1km x 1m) a jégtömeg számítása a térfogat és sűrűség szorzataként történik.

$$m(x, y, z) = \rho(x, y, z) \cdot V(x, y, z) \quad (7.5)$$

Ezt minden egyes tömegelemre meghatározva Antarktisz jég- és hótakarójának teljes tömegét vízszintesen és magassági értelemben is összegezve nyerjük:

$$M = \sum_x \sum_y \sum_z m(x, y, z) \quad (7.6)$$

A program végeredményként a teljes antarktiszi jégtömeget adja meg gigatonnában. Az eredmény: 2.3745×10^7 Gt.



24. ábra: A Bedmap2 térbeli gridjére leképezett jégtömeg modell, a jégvastagság mértékének skálája kilométerben.

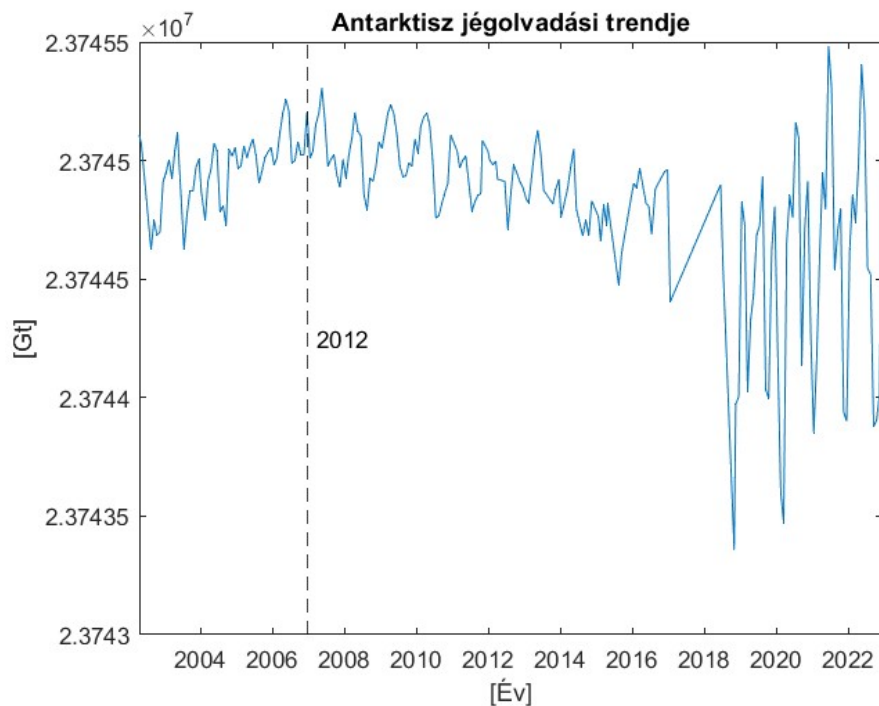
Az így nyert tömegmodellt tekintjük a tömegváltozás modellezésének kiinduló pontjaként. Annak meghatározása, hogy időben ez mikor tekinthető aktuálisnak, összetett

kérdés. A Bedmap2 jégvastagság modell leírása alapján a jégtakaróvastagság modellezéséhez időben inhomogén adatokat használtak fel (a legtöbb adat *in situ* jégvastagság mérés, de vannak gleccser profilok, szintetikus jégperem adatok, nehézségi erőter modell és selfjég modell is). A mérések és modellek zöme a 2000-2012 időszakra esnek. A Bedmap2 modell publikálásakor (meggyőződésem alapján) a szerzők egy aktuálisnak vélt jégtakaró modellt tettek nyilvánossá, így a modell által megadott állapotot 2012-ben tartom érvényesnek, 2012 tehát a kezdőév, amelytől számítva a továbbiakban modellezem a jégtakaró vastagság változásának várható folyamatait.

7.9 Antarktisz jégtömegének időbeli alakulása és jövőbeli trendjei

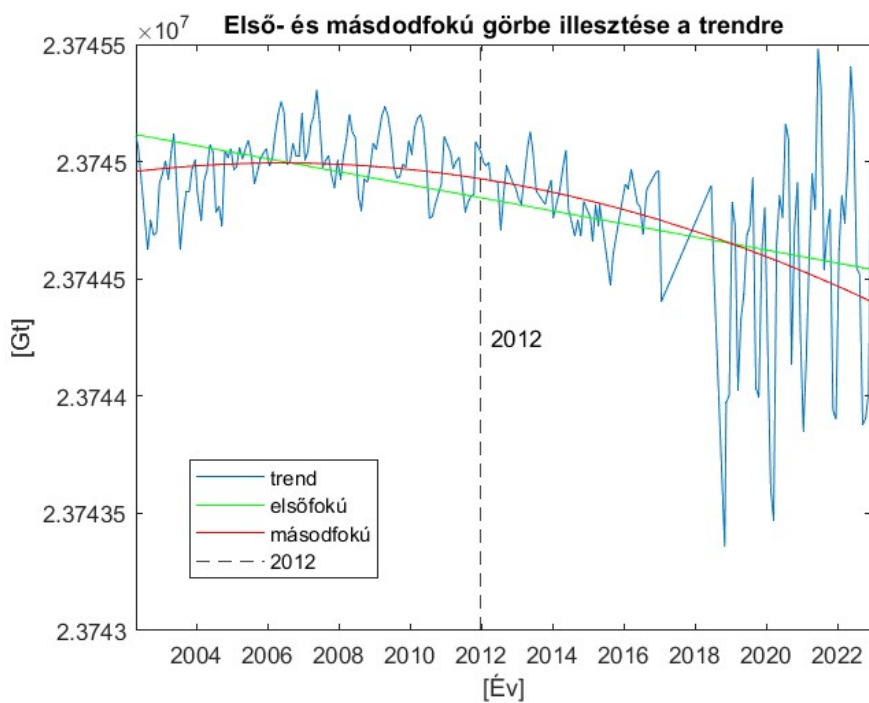
Az Antarktisz esetében alapvetően a Grönlandra bemutatott eljárást alkalmaztam. Eltérést jelentett, hogy a terület szerinti rácspont súlyozásnál minden pixelre ugyanakkora területet alkalmaztam. A $100 \text{ km} \times 100 \text{ km}$ terület (a grönlandi fokhálós rasterrel ellentétben) a szélességi foktól független, konstans érték. Ezután a tömeganomália tömegre váltását a következőképpen végeztem el: rácspont tömeganomáliáját [kg/m^2] a területtel megszorozva tömeget [kg] kaptam.

A mérésekből származó tömeganomáliákat abszolút tömegre alakítottam úgy, hogy a 2012-es évre (a Bedmap modell névleges évére) illesztettem a korábban számított teljes jégtömeget, amely $2,3745 \times 10^7$ Gigatonna értékű.



25. ábra: Antarktiszi jégolvadás trendje, mértéke Gt/év

Ezután lineáris és másodfokú trendet került illesztésre a tömegidősorra, melynek eredménye:



26. ábra: Antarktiszi trendre első- és másodfokú görbe illesztése

A trendek alapján itt szintén numerikusan meghatározásra került az az időpont, amikor a jégtömeg teljesen elolvad.

A lineáris trend alapján az Antarktisz jégtömege a 908625 év környékén olvadna el, ami azt mutatja, hogy a tömegveszteség jelenlegi üteme nagyon lassú.

A másodfokú trend alapján a jég kb. 5314 év körül tűnne el teljesen. Ez az eredmény sokkal gyorsabb olvadást jósol. A másodfokú modell Antarktisz esetében is jobb illeszkedést mutatott, radikálisabb és valósághűbb jégolvadást jelez, mint az egyszerű lineáris közelítés.

8 Grönland és Antarktis összehasonlítása

A két módszertan képzés metodikája hasonló, de a térbeli rácsozás méretében eltérő (Antarktis esetében tipikusan 100 km).

Az Antarktis esetén kapott hatalmas értékek (lineáris trenddel 908625 év, másodfokú trend alapján 5314 év) arra utal, hogy az antarktiszi jégtömeg valamivel stabilabb, mint a grönlandi (22244 év és 3042 év). Grönland esetén azonban korábbi tanulmányok ennél rövidebb, 1-2 száz éves olvadást jósoltak [24]. A 16. ábrát nézve láthatjuk, hogy 2012-től fokozatosan csökkent az olvadás üteme, egyre kisebb mértékben olvad a grönlandi jég. Ez valójában annak a következménye, hogy egyre több terület szabadult fel a jég takaró alól, így egyre kisebb felszínen olvad a jég. A felmelegedés tehát nem enyhült, csak az olvadás számára elérhető jég mennyisége, és a Nap számára közvetlenül kitett jég felszíne csökkent. Ez pedig a korábbi, területi eloszlást figyelembe nem vevő becslések eredményének az időbeli kitolását eredményezi. Valójában azonban az érdemi, nagy mennyiségű jég eltűnésével a teljes jég eltűnésének a végső időpontjának a definíciója egyre lényegtelenebb lesz, hiszen a még elérhető jég mennyisége nem számottevő.

A jégtömeg változásainak területi eloszlása alapján:

- A Grönland esetében a jégtakaró gyorsuló tömegvesztéseget mutat. A part menti területeken, főként a nyugati és déli régiókban, a hőmérséklet emelkedése és a tengeri beolvadás kombinált hatása dominál, amit a GRACE által detektált negatív trendek is igazolnak.
- Az Antarktis esetében heterogén tömegtrendeket mutat. A nyugati partvidéken (pl. Amundsen-tenger) intenzív tömegvesztesség figyelhető meg, amely főként az alapi olvadásnak és jégtábla-instabilitásoknak tudható be, míg a keleti kontinentális jégtakaróban helyenként tömegfelhalmozódás jelei is megjelennek.

Ez a kontraszt a két jégtakaró eltérő dinamikai rendszereire utal: Grönland esetében a légköri melegedés és a felszíni olvadás a domináns hajtóerő, míg Antarktison az óceánokkal érintkező alsó jégfelszín olvadása és a jégtáblák fizikai instabilitása okozza a tömegvesztesség jelentős részét. Ezekre a következtetésekre a térképi trendelemzés

eredményeiből és az azokhoz tartozó térbeli mintázatokból lehet következtetni. Ezt számos kutatás is megerősíti, amelyek szerint az Antarktiszon az óceáni hőmérséklet-változások, míg Grönland esetében a légköri hőmérséklet-emelkedés és az ebből következő felszíni olvadás dominálnak. [21]

9 Összefoglalás

Diplomamunkámban a szakirodalom feldolgozásán keresztül bemutattam a gravimetriai műholdas mérések alapjait, valamint a különböző mérési elrendezések működését. Kiemelt figyelmet fordítottam a dolgozat alapjául szolgáló GRACE és GRACE-FO küldetések részletes ismertetésére, valamint az ezekből származó műholdas adatok gyakorlati felhasználására.

Külön fejezetben tárgyaltam a grönlandi és antarktiszi jégtakarók változásait korábbi kutatási eredmények alapján. Ismertettem a jégtakarók időbeli változásainak meghatározására alkalmazott módszertant, a tömeganomália fogalmát, valamint az idősoros elemzésekhez használt matematikai eljárásokat.

A GRACE/GRACE-FO adatok alapján MATLAB környezetben elvégeztem mindkét jégtakaró idősoros adatainak feldolgozását, majd trendillesztést hajtottam végre az eredmények alapján. Grönland esetében a teljes jégtömeg becsléséhez a BedMachine Greenland V5 modellt alkalmaztam, ezt követően vizsgáltam a jégtakaró időbeli változásait, valamint előrejelzést készítettem a jövőbeli trendekre. Antarktiszt vizsgálatahoz a Bedmap2 domborzatmodellt és az IMAU-FDM sűrűségmodellt használtam fel, amelyek alapján meghatároztam a jégtömeg időbeli változását, és elemeztem az olvadási trendeket.

Végezetül összehasonlítottam a két terület eredményeit, és átfogó értékelést adtam a jégtakarók dinamikájának hasonlóságairól és különbségeiről.

10 Köszönetnyilvánítás

Szeretném kifejezni őszinte hálámat Dr. Földvály Lóránt konzulensemnek a több mint két éven át nyújtott szakmai támogatásért, türelméért és iránymutatásáért. Nemcsak a témaválasztásban és a kutatás irányának kijelölésében segített, hanem végig kísérte a munkám teljes folyamatát, és minden szakaszban számíthattam a szakmai útmutatására. A belém vetett bizalma és inspiráló hozzáállása nagyban hozzájárult ahhoz, hogy ez a dolgozat elkészülhessen, és a szakmai fejlődésem szilárd alapokra épülhessen.

11 Irodalomjegyzék

- [1] P. Bíró, J. Ádám, L. Völgyesi, and G. Tóth, A felsőgeodézia elmélete és gyakorlata. Budapest: HM Zrínyi Térképészeti és Kommunikációs Szolgáltató Nonprofit Kft., 2013. pp. 143-161
- [2] UNGEGN-ICA webcourse on Toponymy: THE ELLIPSOID / GEOID, [Online]. Available: https://unstats.un.org/unsd/geoinfo/ungegn/docs/_data_icacourses/_HtmlModule/s/_Selfstudy/S06/S06_03a.html (Hozzáférés: 2025.05.16)
- [3] Földváry L (2004): A 2000-es évek első évtizede: a gravimetriai műholdak korszaka. Magyar Geofizika, 45(4)
- [4] NASA: Greenland Ice Mass Loss 2002-2023, [Online]. Available: <https://svs.gsfc.nasa.gov/31156> (Hozzáférés: 2025.05.10)
- [5] Challenging Mini-satellite Payload (CHAMP), [Online]. Available: <https://eosps.nasa.gov/missions/challenging-mini-satellite-payload> (Hozzáférés: 2025.05.15)
- [6] Ehsan Forootan (2014): Statistical Signal Decomposition Techniques for Analyzing Time-Variable Satellite Gravimetry Data. Figure 2.1
- [7] GGOS: Satellite gravimetry, [Online]. Available: <https://ggos.org/item/satellite-gravimetry/> (Hozzáférés: 2025.04.16)
- [8] Földváry, L., Nyilas, A. (2020): A GRACE-FO első másfél éve. Geodézia és Kartográfia 72:4, pp. 4-9. https://epa.oszk.hu/03200/03288/00022/pdf/EPA03288_geodezia_kartografia_2020_04_04-09.pdf (Hozzáférés: 2025.02.09)
- [9] Which GRACE(-FO) data set should I choose?, [Online]. Available: <https://grace.jpl.nasa.gov/data/choosing-a-solution/> (Hozzáférés: 2025.02.09)
- [10] Inès N. Omosaka1, Martin Horwath, Ruth Mottram, Sophie Nowicki (2023): „Mass Balances of the Antarctic and Greenland Ice Sheets Monitored from Space”, [Online]. Available:

<https://link.springer.com/article/10.1007/s10712-023-09795-8>
(Hozzáfézés: 2025.03.06)

- [11] GRACE-FO Mission Brochure [Online]. Available:
https://cdn.serc.carleton.edu/files/gets/teaching_materials/climate_change/grace_followon_mission_brochure.pdf (Hozzáfézés: 2025.03.26)
- [12] eoPortal: Satellite Missions, GRACE-FO, [Online]. Available:
<https://directory.eoportal.org/satellite-missions/grace-fo> (Hozzáfézés: 2025.05.02)
- [13] Jet Propulsion Laboratory: GRACE-FO Data, [Online]. Available:
<https://gracefo.jpl.nasa.gov/data/grace-fo-data/> (Hozzáfézés: 2025.05.01)
- [14] Bethan Davies, Antarctic Peninsula Ice Sheet, [Online]. Available:
<https://www.antarcticglaciers.org/antarctica-2/antarctic-peninsula-2/>
(Hozzáfézés: 2025.04.10)
- [15] NASA, Antarctic Ice Mass Loss 2002-2023, [Online]. Available:
<https://svs.gsfc.nasa.gov/31158/> (Hozzáfézés: 2025.03.12)
- [16] Morlighem, M., Williams, C., Rignot, E., An, L., Arndt, J. E., Bamber, J., Catania, G., Chauché, N., Dowdeswell, J. A., Dorschel, B., Fenty, I., Hogan, K., Howat, I., Hubbard, A., Jakobsson, M., Jordan, T. M., Kjeldsen, K. K., Millan, R., Mayer, L., Mouginot, J., Noël, B., O'Cofaigh, C., Palmer, S. J., Rysgaard, S., Seroussi, H., Siegert, M. J., Slabon, P., Straneo, F., van den Broeke, M. R., Weinrebe, W., Wood, M., & Zinglensen, K. (2022). *IceBridge BedMachine Greenland* (IDBMG4, Version 5) [Data set]. Boulder, Colorado USA. NASA National Snow and Ice Data Center Distributed Active Archive Center.
<https://doi.org/10.5067/GMEVBWFLWA7X> [Date Accessed]
- [17] Velicogna, I., & Wahr, J. (2006). Measurements of time-variable gravity show mass loss in Antarctica. *Science*, 311(5768), 1754-1756.
- [18] Wouters, B., Chambers, D. P., & Schrama, E. J. O. (2008). GRACE observes small-scale mass loss in Greenland. *Geophysical Research Letters*, 35(20).
- [19] Fretwell, P., Pritchard, H. D., Vaughan, D. G., Bamber, J. L., Barrand, N. E., Bell, R., Bianchi, C., Bingham, R. G., Blankenship, D. D., Casassa, G., Catania, G., Callens, D., Conway, H., Cook, A. J., Corr, H. F. J., Damaske, D., Damm, V., Ferraccioli, F., Forsberg, R., Fujita, S., Gim, Y., Gogineni, P., Griggs, J. A., Hindmarsh, R. C. A., Holmlund, P., Holt, J. W., Jacobel, R. W., Jenkins, A., Jokat, W., Jordan, T., King, E. C., Kohler, J., Krabill, W., Riger-Kusk, M., Langle, K. A., Leitchenkov, G., Leuschen, C., Luyendyk, B. P., Matsuoka, K., Mouginot, J., Nitsche, F. O., Nogi, Y., Nost, O. A., Popov, S. V., Rignot, E., Rippin, D. M., Rivera, A., Roberts, J., Ross, N., Siegert, M. J., Smith, A. M., Steinhage, D., Studinger, M., Sun, B., Tinto, B. K., Welch, B. C., Wilson, D., Young, D. A., Xiangbin, C., and Zirizzotti, A.: Bedmap2: improved ice bed,

- surface and thickness datasets for Antarctica, *The Cryosphere*, 7, 375–393, <https://doi.org/10.5194/tc-7-375-2013>, 2013.
- [20] Veldhuijsen, S. B. M., van de Berg, W. J., Brils, M., Kuipers Munneke, P., and van den Broeke, M. R.: Characteristics of the 1979–2020 Antarctic firn layer simulated with IMAU-FDM v1.2A, *The Cryosphere*, 17, 1675–1696, <https://doi.org/10.5194/tc-17-1675-2023>, 2023.
 - [21] Velicogna, I., Mohajerani, Y., A, G., Landerer, F., Mouginot, J., Noel, B., et al. (2020). Continuity of ice sheet mass loss in Greenland and Antarctica from the GRACE and GRACE Follow-On missions. *Geophysical Research Letters*, 47, e2020GL087291. <https://doi.org/10.1029/2020GL087291>
 - [22] van den Broeke, M. (2008). Depth and Density of the Antarctic Firn Layer. *Arctic, Antarctic, and Alpine Research*, 40(2), 432–438. [https://doi.org/10.1657/1523-0430\(07-021\)\[BROEKE\]2.0.CO;2](https://doi.org/10.1657/1523-0430(07-021)[BROEKE]2.0.CO;2)
 - [23] Arthern, R. J., D. G. Vaughan, A. M. Rankin, R. Mulvaney, and E. R. Thomas (2010), In situ measurements of Antarctic snow compaction compared with predictions of models, *J. Geophys. Res.*, 115, F03011, doi:10.1029/2009JF001306.
 - [24] Németh Dorián (2009): A grönlandi jég tömegátrendeződésének vizsgálata GRACE gravitációs modellek alapján. TDK dolgozat, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem.
 - [25] USGS: Geoid illusztráció, [Online]. Available: <https://www.usgs.gov/media/images/geoid-illustration> (Hozzáférés: 2025.05.16)
 - [26] Overview - Monthly Mass Grids, [Online]. Available: <https://grace.jpl.nasa.gov/data/monthly-mass-grids/> (Hozzáférés: 2025.05.16)
 - [27] GRACE-C, [Online]. Available: <https://science.nasa.gov/mission/grace-c/> (Hozzáférés: 2025.05.22)