

Betekintés a komplex hálózatok világába

VARGA IMRE

*Debreceni Egyetem, Informatikai Rendszerek és Hálózatok Tanszék
varga.imre@inf.unideb.hu*

Kulcsszavak: komplex hálózat, skálafüggetlen hálózat, kisvilág hálózat, terjedési folyamatok

A hálózatok, melyek a dolgok egymáshoz való viszonyait írják le, egyaránt megjelennek természeti- és társadalmi környezetünkben, mindenhol körülvevő bennünket. A valós hálózatok legtöbb esetben nem jellemezhetőek szabályos szerkezetű gráfokkal, de nem is tisztán véletlenszerű a felépítésük. Belső szerkezetük, mely speciális tulajdonságokkal bír, alapvető szerepet játszik számos folyamatban, jelenségben. Ezek megismerése, megértése nagyon fontos, nemcsak a hálózattudománnyal foglalkozók számára. Ez az összefoglaló jellegű cikk ebbe a világba szeretne rövid betekintést adni, bemutatva az eddig elért főbb eredményeket és a vizsgálatok során alkalmazott legtipikusabb módszereket.

1. Bevezetés

A Leonard Euler által a Königsbergi hidakról 282 éve írt cikk óta a gráfelmélet jelentős fejlődésen ment át és a matematika egyik önálló ágává nőtte ki magát. Segítségével egyre összetettebb szerkezeteket tudunk leírni. Fontos lehet tisztázni azonban, hogy egy bonyolult gráf általában nem az, amit ma komplex hálózat alatt értünk. Ahhoz, hogy megértsük mit is jelent a komplex hálózat fogalom, először talán érdemes megnézni, mi nem az.

Az Árpád-házi uralkodók családfája egy olyan gráf, ahol a csomópontok személyek és a köztük lévő élek a szülő-gyermek kapcsolatot írják le. Tehát egy néhány tíz csomópontból álló irányított gráfról beszélünk. A hierarchikus szerkezet (fa) ugyan nem írható le egy egyszerű szabály segítségével, azonban mégsem nevezhető összetettnek: a bemenő élek száma konstans, a kimenő éleké erősen korlátozott, a csomópontok teljes száma pedig alacsony. Könnyen belátható, hogy ez nem lehet komplex hálózat.

A grafitkristályban a szénatomok síkokat, rétegeket alkotnak, amelyen belül egy rácsszerkezetet figyelhetünk meg. Az atomok egy hatszöges felépítésű méhsejtrács csúcspontjaiban találhatók. Egy ilyen rácsszerkezet könnyen leírható egy irányítatlan, súlyozatlan, hurkmentes, többszörös élektől mentes gráfként. Habár a csomópontok száma óriási, a szabályos szerkezet könnyen kezelhetővé teszi a rendszert.

A kis csomópontszámú vagy a szabályos szerkezetű gráfok nem tartoznak a komplex hálózatok közé. A teljesen véletlen szerkezetű gráfokat sem tartja a szakma ebbe a csoportba. Melyek hát a komplex hálózatok? Milyen sajátosságai vannak? Hogyan lehet őket tanulmányozni? Ehhez szeretnék egy kis betekintést adni a cikkben. A következő szakaszban először bemutatom a komplex hálózatok általános ismérveit, majd a vizsgálataik során szerzett legfontosabb tapasztalatokat és említést teszek olyan folyamatokról, amelyekben részt

vesznek. A harmadik szakaszban az ilyen rendszerek vizsgálatai során alkalmazott technikák, módszerek kerülnek bemutatásra, röviden példákkal is szemlélítve. Végül a cikk egy összegző szakasszal zárul.

2. Komplex hálózatok

Az elmúlt két évtizedben a környezetünkben megfigyelhető valós hálózatok többségéről kiderült, hogy jelentősen eltérnek a bevezetésben bemutatott példától. Bár egységes definíció azóta sem született, a komplex hálózatok a következő jellemzők együttes jelenléte segítségével ismerhetők fel. Minden ilyen rendszer nagyméretű, azaz sok csomópontot tartalmaz és köztük rengeteg él írja le ezen elemek kapcsolatait. A hálózat szerkezete nem szabályos, de nem is teljesen véletlenszerű. A rendszerben nincs központi irányítás, általában bizonyos szintű önszerveződés figyelhető meg. A hálózatot leíró számos mennyiség eloszlása rendszerint hatványfüggvény-szerű lecsengéssel írható le matematikailag. Az ilyen rendszerek tanulmányozása egy új diszciplína, a hálózattudomány megszületéséhez vezetett [1].

A következő szakaszban bemutatásra kerül néhány példa ezekre a rendszerekre, kiemelve néhány fontos tulajdonságot és jelentősebb eredményt.

2.1. Tulajdonságok, eredmények, modellezés

A tudományos és a hétköznapi élet számos területén találtak a kutatók komplex hálózatokat. A teljesség igénye nélkül álljon itt most egy, a változatos világot bemutató rövid felsorolás a leggyakrabban vizsgált komplex hálózatokról [1,2]:

- Az anyagcsere-folyamatokban részt vevő fehérjék kölcsönhatási hálózata
- Az agy idegsejtjeinek kapcsolódási hálózata
- Repülőterek hálózata
- (Online) közösségi hálók

- Kutatók együttműködési/hivatkozási hálózata
- Az Internet AS szintű routerhálózata
- A weblapok hálózata

A vizsgálatok kiderítették, hogy ezeknek a rendszereknek az egyik legfontosabb közös tulajdonsága – a több ezer vagy millió csomópont mellett – az úgynevezett kisvilág-tulajdonság. Egy hagyományos hálózatban a tetszőleges csomópontpárok közötti legrövidebb útvonal átlagos hossza gyorsan nő a rendszer méretének növelésével. Ezzel szemben a fent említett rendszerek esetén az átlagos legrövidebb úthossz és a csomópontszám között logaritmikus kapcsolat áll fenn. Ez más szóval azt jelenti, hogy bármely csomópontból bármely másik csomópontba eljuthatunk mindössze néhány köztes csomópontot érintő él-sorozat mentén, tehát a távolságok kicsik a rendszermérethez képest.

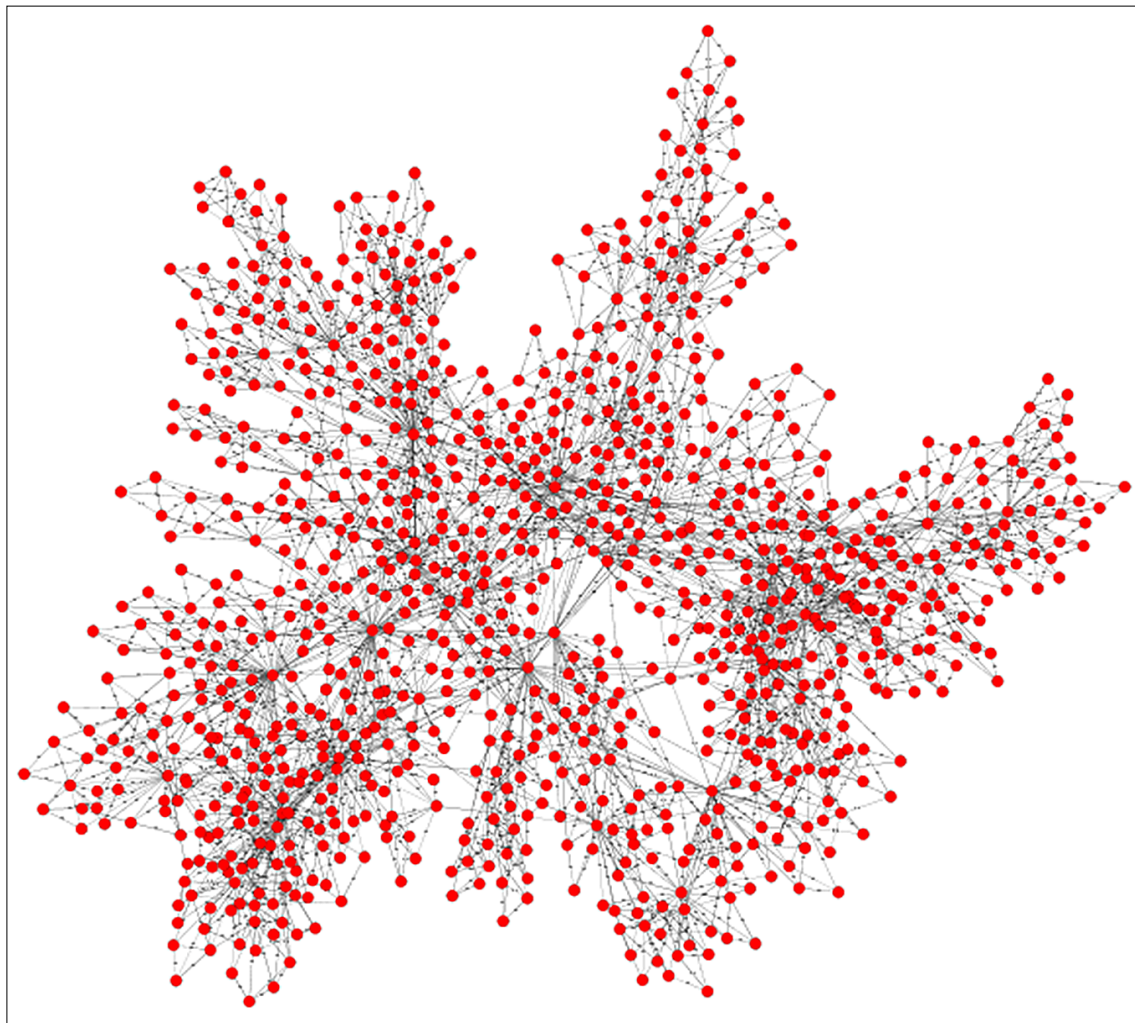
Egy másik fontos közös jellemvonás a csomópontokhoz kapcsolódó élek számának (azaz a fokszámnak) eloszlásával kapcsolatos. A megfigyelt lecsengő hatványfüggvényt követő eloszlások azt jelentik, hogy az ilyen rendszerekben a csomópontok többsége csak kevés másik csomóponthoz kötődik élek segítségével, azonban van néhány olyan eleme is a hálózatnak (ún. „hub”-ok), amelyek óriási számú kapcsolattal rendelkeznek. Ez egyben azt is jelenti, hogy az átlagos fokszámmal nem tudjuk jól leírni a rendszert, mert az eloszlás maximuma

messze van az átlagtól. Ez a viselkedés nem függ a rendszer méretétől, ezért az ilyen gráfokat skálafüggetlen hálózatoknak nevezzük.

A legtöbb komplex hálózatban léteznek kis, sűrűn összekötött részhálózatok (közösségek), amelyeket csak kevés kapcsolat köt más közösségekhez, főként a hubok révén. Ennek a tulajdonságnak egyfajta jellemzésére bevezethetjük az átlagos klaszterezettségi együtthatót, amely azt mutatja meg, hogy milyen valószínűséggel fordul elő a csomópontok között a „barátom barátja az én barátom is” effektus.

Egy valós rendszer leírásához, megértéséhez, legfőbb jellemzőinek megragadásához a tudományban rendszerint modelleket hozunk létre. Minél jobban hasonlít a modell a valósághoz, annál pontosabb a leírás, annál jobban rátapintottunk a lényegre. A hálózattudományban az elmúlt időszakban számos modell született a komplex rendszerek leírására. Ezek közül csak két kiemelkedően fontos munka kerül itt megemlítésre.

Az egyiket *Duncan J. Watts és Steven Strogatz* alkotta meg [3]. Egy szabályos hálózatból kiindulva az élek bizonyos százalékának véletlenszerűen másik csomópontokra történő átkötése (újradrótozása) révén egy klaszterezett kisvilág-tulajdonsággal bíró hálózatot kaphatunk. A modell egyik szépsége, hogy az újradrótozás valószínűségének állításával két speciális esetet is



1. ábra
Számítógéppel generált, klaszterezett, skálafüggetlen hálózat, amely az online szociális kapcsolati hálókat írja le kellő pontossággal [5].

kaphatunk – egyrészt egy szabályos hálózatot, másrészt egy teljesen véletlen hálózatot –, valamint folytonos átmenetként jelennek meg közöttük a valósághű komplex hálózatok.

A másik, hihetetlen tudományos jelentőséggel bíró modellt két magyar, *Barabási Albert-László és Albert Réka* dolgozta ki [1,4]. A modell két alappilléren nyugszik. Az egyik a növekedés, amely azt jelenti, hogy a hálózat előállításra egy kisméretű gráffal kezdődik, majd ehhez lépésről lépésre újabb csomópontokat adunk, hozzákapcsolva őket már létező csomópontokhoz. A másik pillér az úgynevezett preferenciális kapcsolódás, ami azt fejezi ki, hogy a növekedés során egy új csomópont nagyobb valószínűséggel kapcsolódik azokhoz a csomópontokhoz, akik már eleve több kapcsolattal bírnak. Ezáltal egyes elemek hatalmas mennyiségű kapcsolatot halmozhatnak fel, míg a többség „kapcsolatszegény” marad. Bebizonyítható, hogy a csomópontok fokszámeloszlása hatványfüggvényt követ. Tehát a modell segítségével kisvilág-tulajdonságú skálafüggetlen hálózatok állíthatók elő, amelyek hasonlóak a valós hálózatokhoz.

2.2. Hálózatokon lejátszódó folyamatok

Egy rendszer, amelyben az elemek kapcsolati viszonyai egy hálózattal írhatóak le, nem kell, hogy statikus legyen. A kapcsolat (vagyis az él) egyfajta kölcsönhatást írhat le a csomópontok között. Ezek révén a hálózat csomópontjai hathatnak egymásra, befolyásolhatják egymás állapotait, ezáltal dinamikus változásokat idézve elő a rendszerben. Emellett maguk a kapcsolati viszonyok is változhatnak idővel, elemek kapcsolata megszűnhet, mások között új élek jelenhetnek meg. Tehát egy hálózat nem szükségképpen időfüggetlen, különböző folyamatok színtere lehet.

A terjedési folyamatok mindig is a hálózattudomány fókuszában voltak [1,2,7]. Az egyedek, vagyis a csomópontok között a kapcsolatok révén különböző dolgok terjedhetnek. Ezek közül az egyik legintenzívebben vizsgált terület a járványterjedés, amely során azt vizsgáljuk, hogyan változik a személyek állapota (fogékony, fertőzött, immunis stb.) a kontaktusaik során átadott kórokozók által. Például olyan kérdésekre kereshetjük a választ, hogy milyen körülmények között válhat egy helyi fertőzéssorozat átfogó járvánnyá.

Egy másik tipikus példa a tovaterjedő meghibásodás (cascading failure) jelensége. Technológiai hálózatokban (pl. elektromos rendszerben) előfordulhat, hogy egy eszköz a meghibásodása vagy túlterhelése miatt kiesik a hálózattól, ez viszont azt eredményezi, hogy az eddig rá eső terhelés széteszlik a közvetlen környezetében. Ez viszont többletterhet ró a szomszédos eszközökre, amelyek így szintén összeomolva további terhelést okoznak másoknak, és így tovább, végül az egész rendszer összeomolhat. Egy ilyen folyamat okozott 2012-ben Indiában 300 millió embert érintő áramszünetet. Ebből is látszik, hogy a hálózatokban lejátszódó folyamatok vizsgálata mennyire fontos.

3. Vizsgálati módszerek

A komplex hálózatok és a bennük megfigyelhető folyamatok tanulmányozására számtalan eszközt és módszert alkalmaz a tudomány. Ebben a szakaszban ezek közül négy kerül rövid bemutatásra, olyan kutatásokon keresztül, amelyeket a közelmúltban magyar kutatók végeztek.

3.1. Analitikus leírás

Egy ismert modell, amely leírja egy rendszer viselkedését, egyes esetekben arra is lehetőséget ad, hogy analitikus úton, mondjuk a valószínűségszámítás elméletében használt eszközök révén levezessünk vagy bebizonyítsunk egy, a rendszerre vonatkozó állítást, esetleg várható értékekre adjunk meg formulákat.

Egy kutatás során *Fazekas István és kollégája* [6] egy véletlen gráf fejlődési mechanizmust vizsgált, melyben egy időben változó szerkezetű gráf úgy áll elő, hogy a növekedés és preferenciális kapcsolódás mellett kis létszámú csomópont csoportok egyfajta kölcsönhatása is szerepet játszik. Az így létrejövő gráfok egyes csomópontjellemzőinek eloszlásairól, ún. martingálok segítségével bebizonyították, hogy skálafüggetlen jellegű mutatnak.

3.2. Empirikus vizsgálat

Adatgyűjtéssel, megfigyeléssel különféle információkat szerezhetünk a körülöttünk lévő valós hálózatokról és azok viselkedéséről. Ezen adathalmazt aztán elemezhetjük és információt nyerhetünk ki ezek alapján az adott rendszerről.

Sok esetben egy terjedési folyamat vizsgálatához nem áll rendelkezésünkre információ az adott hálózat belső szerkezetéről. Ezt a problémát oldotta meg *Karsai Márton kutatótársaival* [7], amikor a fizetős Skype-szolgáltatások elterjedését szerették volna vizsgálni. A fizetős szolgáltatást csak az alap, ingyenes szolgáltatást használók vehetik igénybe, viszont ez egy olyan közönség, amelynek a szerkezete pontosan ismert a cég által az ügyfelek telefonkönyve alapján. A vizsgát eredményeként sikerült felállítaniuk egy innováció-terjedési modellt.

3.3. Egyed alapú modellezés

A diszkrét idejű számítógépes szimuláció során a rendszer egyedeit egy hálózat csomópontjára képezzük le. Ezek az egyedek különböző állapotokkal rendelkezhetnek, amely megváltozhat a szomszédos egyedek állapotaitól függő kölcsönhatások révén. Ezek a lehetséges állapotátmenetek adják a folyamatok dinamikáját. Felfoghatjuk ezt a sejtautomata-modellezés egyfajta általánosításaként is.

Kocsis Gergely és szerzőtársa [8] ilyen eszközökkel vizsgálta az információterjedést egy olyan társadalomban, ahol az egyedek a tömegtájékoztató és az interperszonális kapcsolatok révén is információhoz juthattak. Azt vizsgálták, milyen hatása van a terjedésre, ha az egyedek inaktív állapotban is lehetnek, amikor tehát

nem vesznek részt az információcserében. Bebizonyították, hogy az inaktivitás valószínűségének növelése hatalmas mértékben lassítja a globálisan informálttá válás folyamatát.

3.4. Játékelméleti megközelítés

A hálózat csomópontjaiban elhelyezkedő egyedeteket felfoghatjuk racionális döntéshozókként is, akik különböző stratégiákkal rendelkeznek, ami által próbálják maximalizálni a hasznukat. A játékosok döntéseiket a mások által alkalmazott stratégiák alapján hozzák meg. A rendszer időfejlődése során eljuthat egy úgynevezett Nash-egyensúlyi állapotba, ami a játék végét jelenti. Ez egy olyan állapot, amelyben egyik játékosnak sem éri meg egyoldalúan megváltoztatnia az alkalmazott stratégiáját.

Gulyás András és szerzőtársai [9] a komplex hálózatokban széleskörűen használt útvonalválasztási elv, az ún. mohó navigáció hatásait vizsgálták. Kimutatták, hogy hiperbolikus metrikus teret alkalmazva az útvonalválasztás során a játék eredményezhet kisvilág-topológiát.

4. Összefoglalás

Láthatjuk tehát, hogy a komplex jelző ezen a területen nem csak egyszerűen a bonyolult szinonimája, hiszen a komplex hálózatok egy elég sajátos jellemzőkkel bíró gráfok halmazának neve a hálózattudományban, mely hálózatok a valós környezetünkben igen nagy számban előfordulnak. Ez a széleskörűség és gyakoriság egyértelműen központi szerepet biztosít a komplex hálózatoknak, ami ennek az interdiszciplináris tudományterületnek a roppant gyors fejlődéséhez vezetett.

Újszerű látásmódot kapunk általa nemcsak a matematika vagy a fizika terén, hanem a mérnöki, informatikai, biológiai és szociológiai tudományok terén is. Az eredményeket felhasználva hatékonyabban tervezhetünk reklámkampányokat vagy intelligensebb közlekedési rendszereket hozhatunk létre.

Köszönetnyilvánítás

A publikáció elkészítését az EFOP-3.6.1-16-2016-00022 számú projekt támogatta.

A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósult meg.

A szerzőről



VARGA IMRE Hajdúböszörményben született 1979-ben. 2002-ben a Debreceni Egyetemen szerzett fizika-informatika tanári diplomát. PhD fokozatát fizikai tudományok terén 2008-ban, habilitációját informatikai tudományok területén 2017-ben szerezte, szintén a Debreceni Egyetemen. 2009-től a Debreceni Egyetem Informatikai Karának adjunktusa, majd 2017-től docense az Informatikai Rendszerek és Hálózatok Tanszéken. Kutatásai során különböző komplex rendszerekben lejátszódó folyamatokat vizsgál (pl. dipoláris vékonyrétegek rendeződése, szemcsés szerkezetű anyagok törése, információterjedés komplex hálózatokon), főleg számítógépes szimulációk segítségével.

Hivatkozások

- [1] Barabási A.-L.: „A hálózatok tudománya”, Libri Könyvkiadó, (2017).
- [2] Newman M.: “Networks – An introduction”, New York, Oxford University Press, (2010).
- [3] Watts, D. J., Strogatz, S. H.: “Collective dynamics of ‘small-world’ networks”, Nature 393, pp.440–442 (1998).
- [4] Barabási, A.-L., Albert, R.: “Emergence of scaling in random networks”, Science 286, pp.509–512 (1999).
- [5] Varga, I.: “Scale-free network topologies with clustering similar to online social”, Proc. of the International Conference SMSEC, Springer Proceedings in Complexity, Springer, pp.323–333 (2015).
- [6] Fazekas, I., Porvázsnik, B.: “Scale-free property for degrees and weights in an N-interactions random graph model”, Journal of Mathematical Sciences 214, pp.69–82 (2016).
- [7] Karsai, M., Iñiguez, G., Kikas, R., Kaski, K., Kertész, J.: “Local cascades induced global contagion: How heterogeneous thresholds, exogenous effects, and unconcerned behaviour govern online adoption”, Scientific Reports 6, 27178 (2016).
- [8] Kocsis, G., Varga, I.: “Investigation of spreading phenomena on social networks” Infocommunications Journal 6 (3), pp.45–50 (2014).
- [9] Gulyás, A., Kőrösi, A., Szabó, D., Biczók, G.: “On greedy network formation”, ACM SIGMETRICS Performance Evaluation Review 40, pp.49–52 (2012).